

Векторно-ориентированная модель формирования поля объектами со структурой порядка длины волны.

Н.Д. Толстоба

*Кафедра Оптических Приборов и Компьютерной Оптики,
Санкт-Петербургский государственный институт точной механики и оптики
(технический университет)
197101, Россия, Санкт-Петербург, Саблинская 14.*

В настоящее время большое значение приобрели исследования в области сверхразрешающей оптики, где важное место занимает компьютерное моделирование дифракционных распределений поля в ближней и дальней зоне. Одной из задач такого рода является расчет высокоапертурных образов масок с деталями порядка длины волны. На этих масках излучение дифрагирует под большими углами, при которых нельзя игнорировать векторный характер электромагнитных волн. В таком случае описание воздействия масок на падающее излучение целесообразно описывать в матричной форме. Пусть $\mathbf{U}_0(x, y)$ - вектор электро-магнитного поля в плоскости маски. Поле, образовавшееся непосредственно за маской можно представить в виде следующего выражения:

$$\mathbf{U}(x, y) = \mathbf{M}(x, y) \cdot \mathbf{U}_0(x, y), \quad (1)$$

где $\mathbf{M}(x, y)$ - матрица маски.

Эта матрица содержит в общем случае 3x3 ненулевых элемента и, как легко показать, полностью описывает все процессы, оказывающие влияние на проходящее через структуру маски поле. Важно то, что выражение (1) представляет собой линейную операцию над вектором $\mathbf{U}_0(x, y)$, что обеспечивает сохранение физического смысла данной математической модели электро-магнитного поля. Элементы матрицы $\mathbf{M}(x, y)$ могут быть получены либо из принятых более или менее простых граничных условий (условий Кирхгофа, например), либо из достаточно полного решения уравнений Максвелла, как это делается в классической строгой теории дифракции [1-3], а также в работах [4,5] и других. Здесь не предполагается, что углы дифракции и апертуры на входе оптической системы малы, то есть каждая декартова составляющая вектора

$$\mathbf{U}(x, y) = \begin{bmatrix} u_x(x, y) \\ u_y(x, y) \\ u_z(x, y) \end{bmatrix} \text{ участвует в дальнейшем математическом описании процесса}$$

распространения поля в однородной среде от маски к оптической системе. Такое описание можно получить, если представить поле за маской через сумму векторных волн, форма которых одинакова, а направления распространения различные, т.е. через угловой спектр базисных волн, например, таких [6]:

$$\mathbf{U}_{ij}(x, y, z) = S(c_{xi}, c_{yj}) \cdot \mathbf{U}_0(x, y) \cdot \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}), \quad (2)$$

$$\text{где } \mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \begin{pmatrix} c_x \\ c_y \\ \sqrt{1 - c_x^2 - c_y^2} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix};$$

c_{xi}, c_{yj} - проекции орта \mathbf{k} на оси X и Y.

Волны $\mathbf{U}_{ij}(x, y, z)$ - незатухающие, поэтому должно выполняться условие:

$$c_{xi}^2 + c_{yj}^2 \leq 1$$

Тогда выражение для поля, распространяющегося за маской, будет иметь следующий вид:

$$\mathbf{U}(x, y, z) = \sum_i \sum_j \mathbf{U}_{ij}(x, y, z), \quad (3)$$

а, переходя к непрерывному спектру, получим:

$$\mathbf{U}(x, y, z) = \iint d\mathbf{U}(x, y, z), \quad (4)$$

где:

$$d\mathbf{U}(x, y, z) = \mathbf{S}(c_{xi}, c_{yj}) \cdot \mathbf{U}_0(x, y) \cdot \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \cdot dc_x dc_y;$$

$\mathbf{S}(c_{xi}, c_{yj})$ - матричный оператор, содержащий информацию о состоянии поляризации данной компоненты спектра, а также связывающий основной вектор $\mathbf{U}_0(x, y)$ с направлением распространения волны \mathbf{k} .

Если оператор \mathbf{S} известен, то поле за маской в любой точке пространства полностью определяется выражением (4).

Для анализа формирования изображения маски оптической системой достаточно знать матрицу $\mathbf{S}(c_{xi}, c_{yj})$. Чтобы вычислить ее можно воспользоваться выражениями (1) и (4) для поля $\mathbf{U}(x, y, z)$ при $z=0$:

$$\begin{aligned} M(x, y) \cdot \mathbf{U}_0(x, y) &= \iint \mathbf{S}(c_x, c_y) \cdot \mathbf{U}_0(x, y) \cdot \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \cdot dc_x dc_y = \\ &= \iint \mathbf{S}(c_x, c_y) \cdot \mathbf{U}_0(x, y) \cdot \exp\left[\frac{2\pi i}{\lambda} \cdot (c_x x + c_y y)\right] \cdot dc_x dc_y = \\ &= \iint \mathbf{S}(v_x, v_y) \cdot \mathbf{U}_0(x, y) \cdot \exp[-2\pi i \cdot (v_x x + v_y y)] \cdot dv_x dv_y, \end{aligned} \quad (5)$$

где $v_x = -\frac{c_x}{\lambda}$, $v_y = -\frac{c_y}{\lambda}$ - пространственные частоты.

Интеграл в выражении (5) можно переписать в матричной форме и получить следующее равенство:

$$M(x, y) \cdot \mathbf{U}_0(x, y) = \mathbf{B}(x, y) \cdot \mathbf{U}_0(x, y), \quad (6)$$

$$\text{где } \mathbf{B}(x, y) = \begin{pmatrix} F^{-1}\left[\mathbf{s}_{11}(v_x, v_y)\right] & F^{-1}\left[\mathbf{s}_{12}(v_x, v_y)\right] & F^{-1}\left[\mathbf{s}_{13}(v_x, v_y)\right] \\ F^{-1}\left[\mathbf{s}_{21}(v_x, v_y)\right] & F^{-1}\left[\mathbf{s}_{22}(v_x, v_y)\right] & F^{-1}\left[\mathbf{s}_{23}(v_x, v_y)\right] \\ F^{-1}\left[\mathbf{s}_{31}(v_x, v_y)\right] & F^{-1}\left[\mathbf{s}_{32}(v_x, v_y)\right] & F^{-1}\left[\mathbf{s}_{33}(v_x, v_y)\right] \end{pmatrix}, \quad (7)$$

причем F^{-1} - обратное преобразование Фурье.

Матрицы $M(x, y)$ и $B(x, y)$ предполагаются равными, потому что, как можно показать, выражение (6) остается справедливым для любых векторов $\mathbf{U}_0(x, y)$, откуда и следует, что $M(x, y) = B(x, y)$. Итак, мы получаем возможность определения матричного оператора через выражение, обратное выражению (7):

$$\mathfrak{S}(v_x, v_y) = \begin{pmatrix} F[m_{11}(x, y)] & F[m_{12}(x, y)] & F[m_{13}(x, y)] \\ F[m_{21}(x, y)] & F[m_{22}(x, y)] & F[m_{23}(x, y)] \\ F[m_{31}(x, y)] & F[m_{32}(x, y)] & F[m_{33}(x, y)] \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Матрица $\mathfrak{S}(v_x, v_y)$ является “образом” маски, который воспринимается оптической системой, работающей как фильтр углового спектра базисных волн. Векторный характер поля учитывается в структуре каждого элемента m_{ij} . При обычных углах дифракции и больших числовых апертурах на входе все элементы этой матрицы существенно различаются по величине. В случае параксиального приближения матрица становится диагональной, причем на главной диагонали все элементы будут одинаковые, благодаря чему можно отказаться от матричной формулировки и перейти к хорошо известной скалярной модели преобразования когерентного излучения.

На выходе оптической системы мы имеем матрицу $\mathfrak{S}'(v_x, v_y)$, которую можно использовать для расчета взаимодействия базисных волн с приемником изображения. Входная плоскость приемника $z' = 0$ оптически сопряжена с выходной плоскостью маски ($z=0$), поэтому с учетом масштабных преобразований можно воспользоваться интегральным представлением поля после оптической системы, аналогичным выражению (5):

$$\mathbf{U}(x', y') = \iint \mathfrak{S}'(v_x, v_y) \cdot \mathbf{U}_0(x', y') \cdot \exp[-2\pi i(v_x x' + v_y y')] \cdot dv_x dv_y. \quad (9)$$

В этом случае матрица $\mathfrak{S}'(v_x, v_y)$ должна содержать связь вектора $\mathbf{U}(x', y')$ с углами схождения базисных волн на выходе оптической системы.

Для иллюстрации влияния векторного характера поля на формирование образа маски рассмотрен пример с объектом крестообразной формы, размеры которого в мкм сравнимы с длиной волны ($\lambda = 0.6381$).

На рис. 1 показано распределение интенсивности скалярного поля образа объекта, которое соответствует величинам числовых апертур в пространстве предметов $NA < 0.5$.

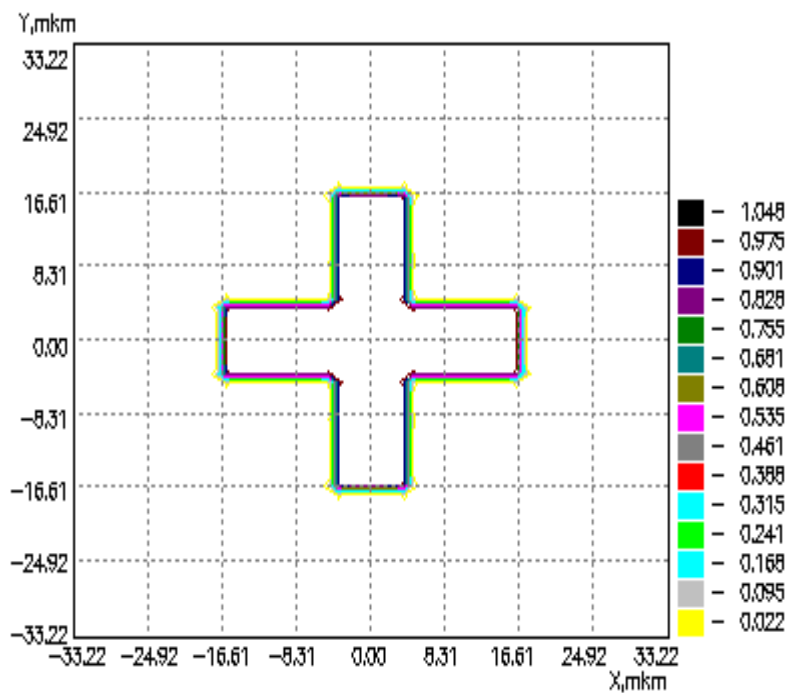


Рис. 1.

На рис. 2. показан профиль функции интенсивности поля в поперечном сечении одной из планок объекта. Здесь хорошо видно, что края образа резкие, все высокие пространственные частоты присутствуют в полной мере.

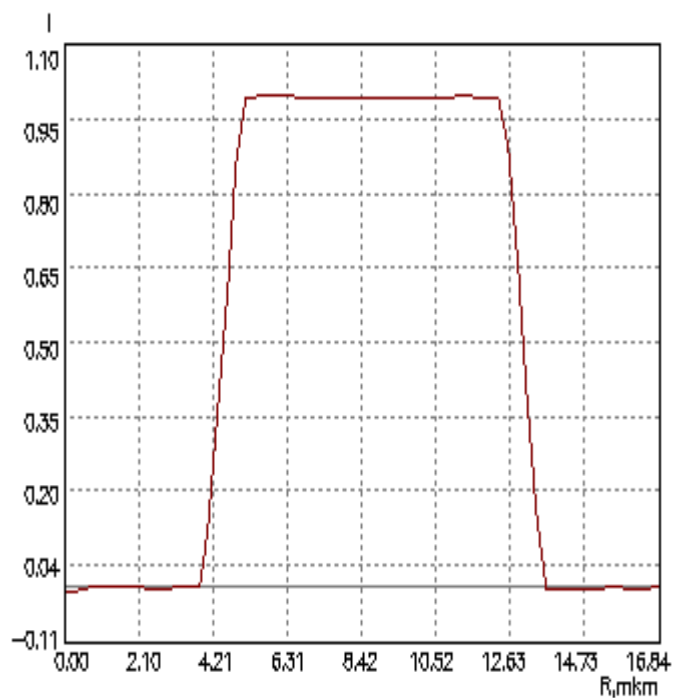


Рис. 2.

На остальных рисунках показаны распределения интенсивности векторного поля образа объекта при различных относительных величинах максимального угла дифракции C_{\max} , который соответствует числовой апертуре на входе оптической системы.

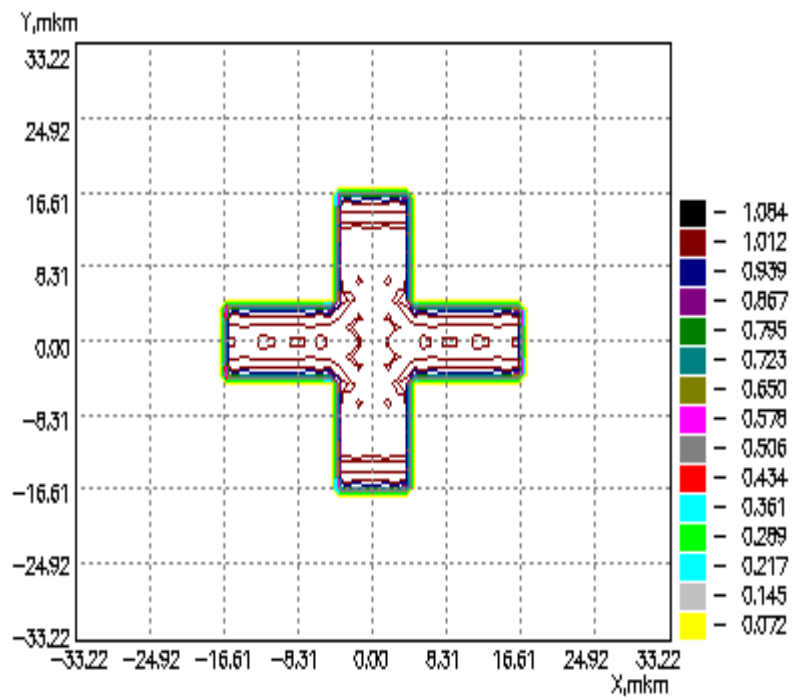


Рис. 3. Образ объекта при $C_{\max}=0.95$.

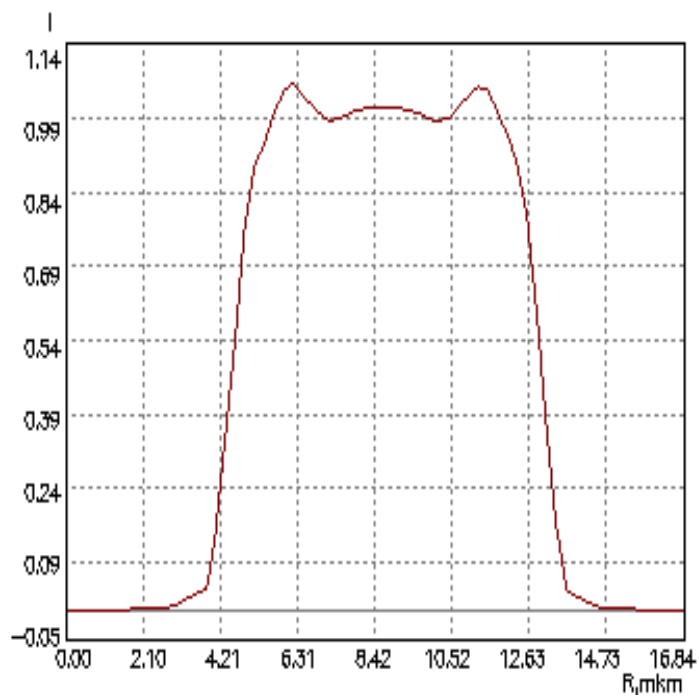


Рис. 4. Вертикальное сечение интенсивности при $C_{\max}=0.95$

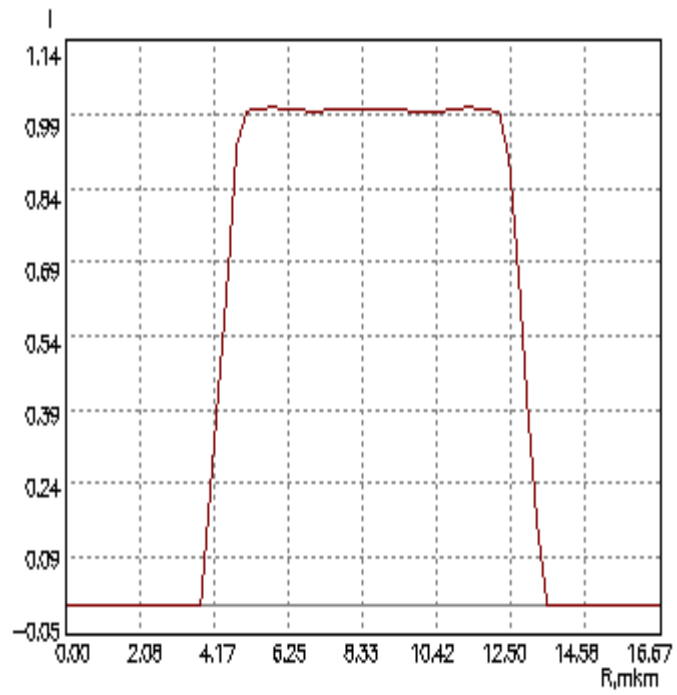


Рис. 5. Горизонтальное сечение интенсивности при $C_{\max}=0.95$

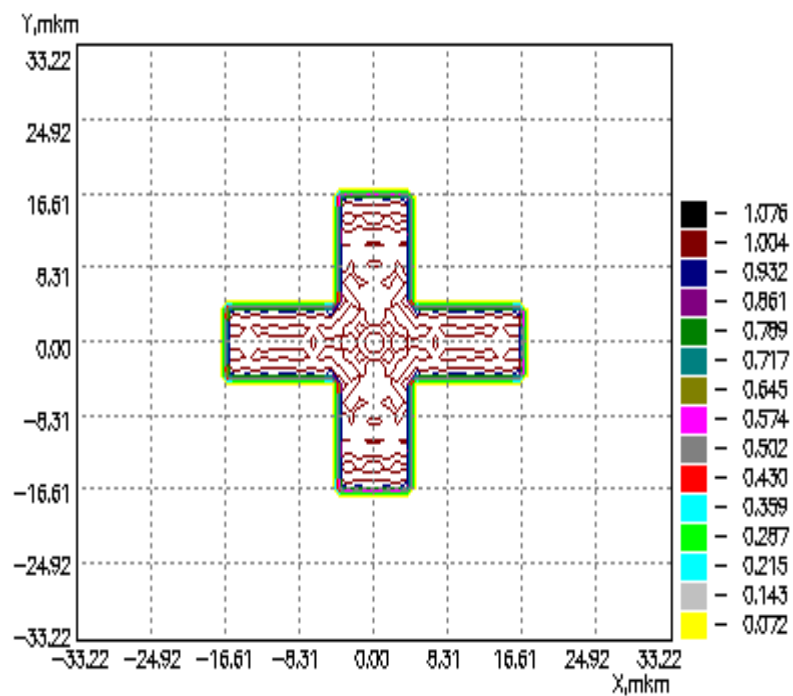


Рис. 6. Образ объекта при $C_{\max}=0.8$.

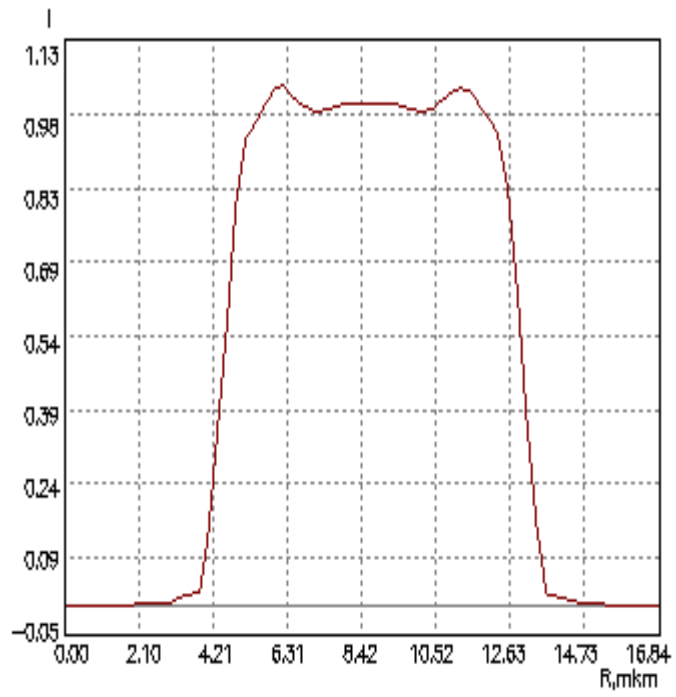


Рис. 7. Вертикальное сечение интенсивности при $C_{\max}=0.8$

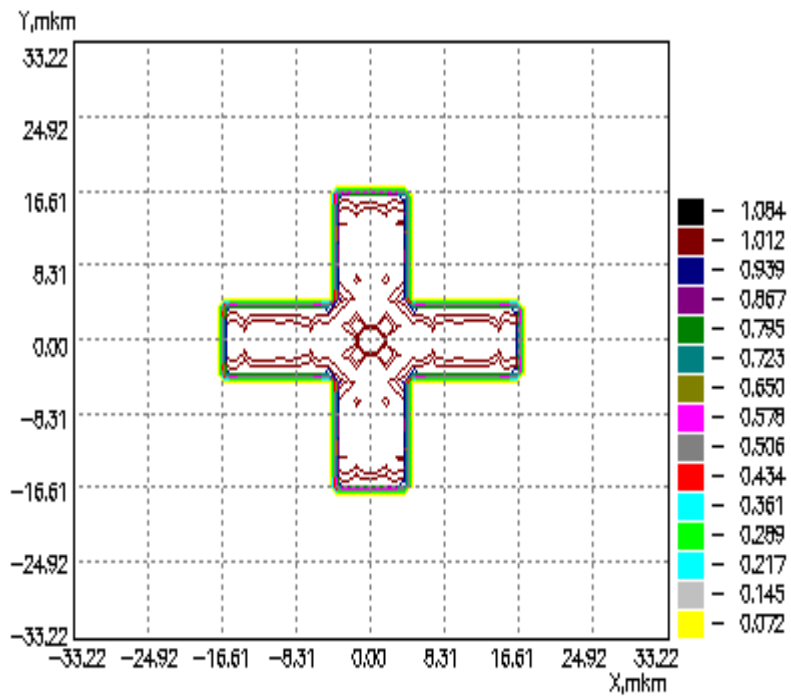


Рис. 8. Образ объекта при $C_{\max}=0.65$.

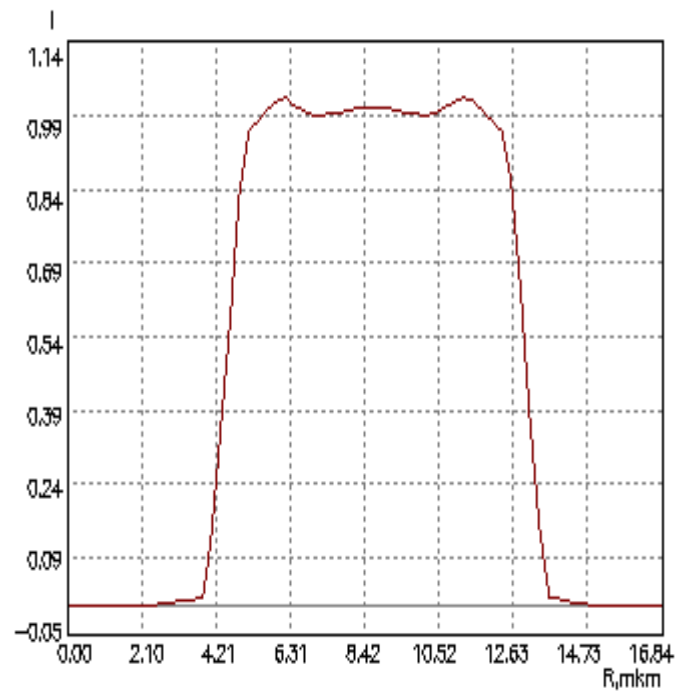


Рис. 9. Вертикальное сечение интенсивности при $C_{\max}=0.65$

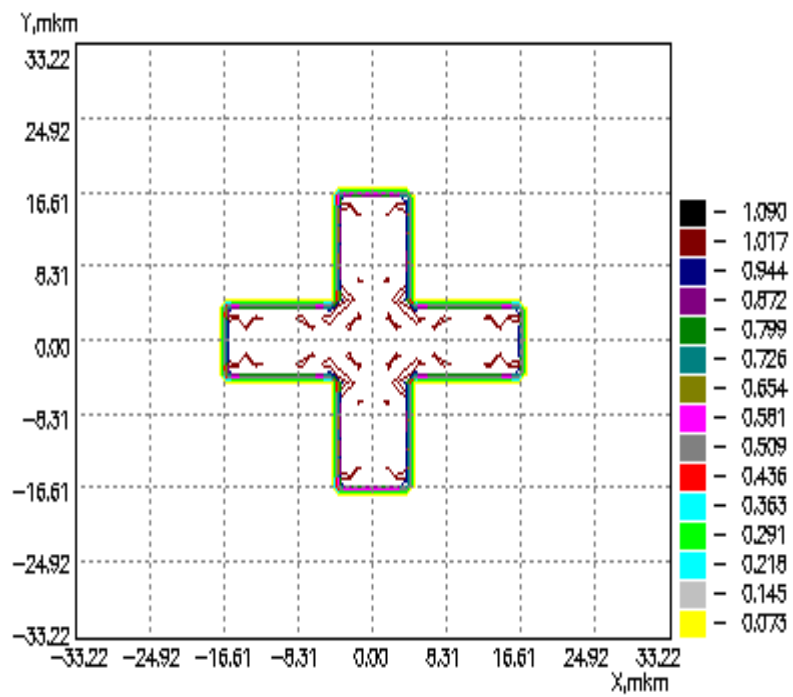


Рис. 10. Образ объекта при $C_{\max}=0.5$.

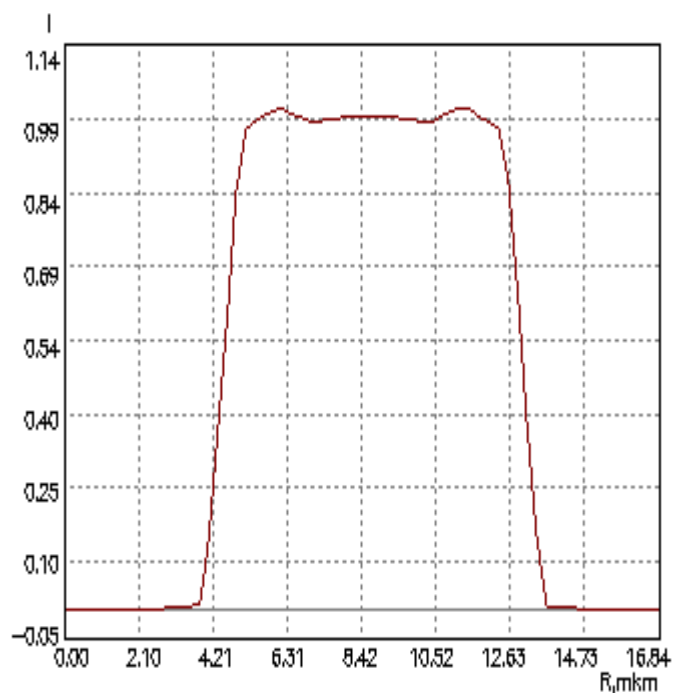


Рис. 11. Вертикальное сечение интенсивности при $C_{\max}=0.5$

Математическая модель, предложенная в данной работе, при сравнительно небольших затратах вычислительных ресурсов дает возможность сформировать векторно-ориентированный образ маски для последующего анализа прохождения излучения через оптическую систему и приемно-регистрирующую среду. Эта модель позволяет анализировать формирование распределения поля, имеющего любой вид поляризации, а для получения распределения интенсивности неполяризованного света необходимо использовать эту модель отдельно для X- и Y-поляризаций и результаты некогерентно сложить.

ЛИТЕРАТУРА :

1. *Luneburg R.K.* Mathematical theory of optics. - Berkeley-Los Angeles, Univ. of California Press, 1964, 448 p.
2. *Wolf E.* Electromagnetic diffraction in optical system. - Proc. R. Soc., London Ser. A **253**, 1959, pp. 349-357.
3. *М. Борн, Э. Вольф* Основы оптики. - М., Наука, 1970, с. 856.
4. *Ю.А. Флегонтов* Дифракция электромагнитных волн на оптических прозрачных из проводника и диэлектрика // Опт. и спектр. - 1994. - Т. 77, вып. 5. - С. 833-838.
5. *А.И. Полетаева* Дифракция электромагнитных волн на оптических прозрачных с просветленным входным окном // Опт. и спектр. - 1994. - Т. 77, вып. 5. - С. 839-842.
6. *Н.Б. Вознесенский, С.А. Родионов, В.М. Домненко, Т.В. Иванова* Математическая модель дифракции в оптических системах с высокими числовыми апертурами // Оптический журнал - 1997. - Т. 64, № 3. - С. 48-52