

## **Моделирование формирования изображений оптическими системами с синтезированной апертурой**

С.А. Родионов\*, В.М. Домненко\*, Б.Э. Бонштедт\*\*, Д.Н. Еськов\*\*

\*Санкт-Петербургский Государственный институт точной механики и оптики (Технический университет)

\*\*ВНЦ “ГОИ им. С.И.Вавилова”

Предлагается методика вычисления распределения интенсивности изображения, формируемого оптическими системами с синтезированной апертурой. Предлагаемое решение проблемы выбора точек на зрачке позволяет моделировать формирование изображения оптическими системами с произвольной конфигурацией субапертур, а также учитывать aberrации (дефазировка, наклон).

### **Введение**

При проектировании оптических систем с синтезированной апертурой для выбора оптимальной конфигурации и расположения субапертур рационально использовать компьютерное моделирование формирования изображений. Это позволяет оценить возможности различных конфигураций апертур, провести анализ характеристик качества изображения, оценить влияние дефазировок и ошибок совмещения, тем самым промоделировать формирование изображения типовых объектов в условиях работы оптической системы.

Особенностью формирования изображения в оптических системах с синтезированной апертурой является то, что зрачковая функция имеет ненулевые значения не на каноническом зрачке, а на области более сложной формы (экранированная, разряженная, заполненная апертура). Это обстоятельство усложняет вычисление выборки зрачковой функции.

Для быстрого моделирования предпочтительнее применять метод основанный целиком на численном дискретном Фурье-преобразовании, так как при проведении вычислений можно использовать эффективные алгоритмы быстрого преобразования Фурье (БПФ). Но адекватность моделирования при таком подходе во многом зависит от решения проблемы выбора количества и расположения точек на зрачке.

В данной работе для компьютерного моделирования формирования изображений предлагается простое решение проблемы выбора точек на зрачке, которое заключается в использовании прямоугольной сетки при дискретизации зрачковой функции, а также описывается методика вычисления выборки зрачковой функции с учетом ошибок дефазировки и наклона субапертур. В заключение представлены результаты моделирования изображения, проведенные по предлагаемой методике.

### **Методика вычисления распределения интенсивности изображения.**

Распространение электромагнитного поля от предмета через оптическую систему до изображения удобно формулируется в канонических координатах

[1,2]. Если  $(\eta_x, \eta_y)$  – каноническая предметная координата,  $(\eta'_x, \eta'_y)$  – каноническая координата на изображении, а  $(\rho_x, \rho_y)$  – каноническая зрачковая координата, то формирование некогерентного изображения описывается последовательностью фурье-преобразований без масштабных множителей:

$$I'(\eta'_x, \eta'_y) = \left| F^{-1} \left\{ F \left[ \left| F^{-1} [f(\rho_x, \rho_y)] \right|^2 \right] \cdot F [I(\eta_x, \eta_y)] \right\} \right|^2, \quad (1)$$

где  $F[ ]$  – оператор преобразования Фурье,  $I(\eta_x, \eta_y)$  – функция распределения яркости на предмете,  $I'(\eta'_x, \eta'_y)$  – функция распределения интенсивности на изображении, а  $f(\rho_x, \rho_y)$  – зрачковая функция, которая используется при моделировании формирования изображений для описания действия оптической системы на проходящий волновой фронт [3,4].

Зрачковая функция существует только внутри канонического зрачка единичного радиуса:

$$f(\rho_x, \rho_y) = \begin{cases} \tau^{1/2}(\rho_x, \rho_y) \exp[-2\pi i W(\rho_x, \rho_y)] & \rho_x^2 + \rho_y^2 \leq 1; \\ 0, & \rho_x^2 + \rho_y^2 > 1, \end{cases} \quad (2)$$

где  $\tau(\rho_x, \rho_y)$  – функция пропускания зрачка,  $W(\rho_x, \rho_y)$  – функция волновой aberrации.

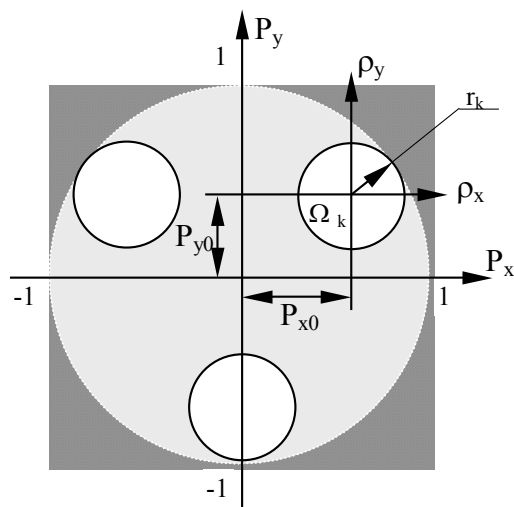


Рис. 1. Система координат в плоскости зрачка оптической системы с синтезированной апертурой.

Когда оптическая система имеет составную апертуру, зрачковая функция имеет ненулевые значения не на каноническом зрачке, а на области более сложной формы. Для получения зрачковой функции оптической системы с синтезированной апертурой необходимо описать конфигурацию апертуры в новых зрачковых координатах (Рис.1). Зрачковую функцию всей конфигурации  $\Phi(P_x, P_y)$  можно представить в виде суммы зрачковых функций отдельных субапертур:

$$\Phi(P_x, P_y) = \sum_{k=1}^K f_k(\rho_x, \rho_y), \quad (3)$$

где  $\rho_x = \frac{P_x - P_{x0}}{r_k}$ ,  $\rho_y = \frac{P_y - P_{y0}}{r_k}$ , а  $K$  – количество субапертур.

Зрачковые функции  $f_k(\rho_x, \rho_y)$  отдельных субапертур определяются выражением аналогичным выражению (2):

$$f_k(\rho_x, \rho_y) = \begin{cases} \tau_k^{1/2}(\rho_x, \rho_y) \exp[-2\pi i W_k(\rho_x, \rho_y)] & (\rho_x, \rho_y) \in \Omega_k; \\ 0, & (\rho_x, \rho_y) \notin \Omega_k, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\tau_k(\rho_x, \rho_y)$  – функция пропускания субапертуры,  $W_k(\rho_x, \rho_y)$  – функция волновой аберрации, а  $\Omega_k$  – область субапертуры, форма которой может быть произвольной.

Таким образом, формирование изображений оптическими системами с синтезированной апертурой можно описать выражением аналогичным (1):

$$I'(\eta'_x, \eta'_y) = \left| F^{-1} \left\{ F \left[ \left| F^{-1} [\Phi(P_x, P_y)] \right|^2 \right] \cdot F [I(\eta_x, \eta_y)] \right\} \right|^2, \quad (5)$$

где  $\Phi(P_x, P_y)$  – зрачковая функция всей конфигурации.

Для моделирования ошибок дефазировки и наклона функции волновой аберрации каждой субапертуры  $W_k(\rho_x, \rho_y)$  достаточно представить в виде разложения по любым ортогональным полиномам степени не выше 1. Функция волновой аберрации субапертуры имеет вид:

$$W_k(\rho_x, \rho_y) = C_{00} + C_{11}\rho_x + S_{11}\rho_y; \quad (6)$$

где  $C_{00}$  – коэффициент дефазировки,  $C_{11}$  и  $S_{11}$  – коэффициенты наклона в волновой мере (в длинах волн).

### Численная реализация методики вычисления

Для того чтобы использовать алгоритм БПФ при моделировании формирования изображения, наиболее удобным способом дискретизации является представление функций в виде выборок на прямоугольной сетке. Для вычисления выборки распределения интенсивности на изображении  $I'(k', l')$  необходимо представить функцию яркости предмета в виде двумерной выборки  $I(k, l)$  с шагами  $\Delta\eta_x$  и  $\Delta\eta_y$  по предметным каноническим координатам, а зрачковую функцию – в виде двумерной выборки  $\Phi(u, v)$  с шагами  $\Delta P_x$  и  $\Delta P_y$  по зрачковым каноническим координатам.

Главная проблема при проведении вычислений заключается в правильном выборе шага по координатам на предмете и зрачке.

При моделировании изображений с использованием дискретного преобразования Фурье [4] шаг по зрачковым координатам связан с шагом по предметным координатам следующим образом:

$$\Delta P_x = \frac{1}{N \cdot \Delta \eta_x}, \quad \Delta P_y = \frac{1}{N \cdot \Delta \eta_y}, \quad (7)$$

где  $N$  – количество узлов дискретизации в одном направлении.

Величины шагов по зрачковым и предметным координатам необходимо выбрать так, чтобы их было достаточно для учета влияния формы и размеров субапертур на формирование изображения и учета аберраций оптической системы.

При любых аберрациях ФРТ имеет дифракционный узор с шагом 0.5 предметной канонической единицы [4]. Поэтому, для моделирования формирования изображений шаг по координатам на предмете обычно выбирается в два раза меньше этой величины:

$$\Delta \eta \leq 0.25. \quad (8)$$

Шаг по зрачковой координате определяется исходя из необходимости учета влияния на формирование изображение мелкой структуры субапертур. Если размер наименьшей субапертуры равен 0.1 канонической единицы, то для адекватного моделирования влияния формы и размеров субапертуры на ее диаметре необходимо иметь 25-50 точек выборки:

$$\Delta P \leq 0.02. \quad (9)$$

Согласно выражениям (7-9), можно вычислить минимальное необходимое количество узлов дискретизации по одной координате:

$$N = \frac{1}{\Delta P \cdot \Delta \eta} \geq \frac{1}{0.02 \cdot 0.25} = 200. \quad (10)$$

Таким образом, минимальный размер выборки при вычислении распределения интенсивности изображений по данной методике составляет  $200 \times 200$ . Для проведения вычислений с использованием стандартных алгоритмов быстрого преобразования Фурье (БПФ), выборки распределения интенсивности на изображении  $I'(k', l')$ , выборка функции яркости предмета  $I(k, l)$  и зрачковая функция должны иметь размерность кратную 2. При необходимости исследования влияния мелкой структуры апертуры (малые субапертуры, детали формы субапертур, экранированные субапертуры) на формирование изображения нужно уменьшить шаг по зрачковым координатам.

Итак, для моделирования формирования изображений оптическими системами с синтезированной апертурой по предлагаемой методике минимальные размеры выборок согласно выражению (10) должны составлять  $256 \times 256$ . Вычисление распределения интенсивности частично когерентного изображения состоит из следующих этапов:

- 1) Вычисление выборки зрачковой функции  $\Phi(u, v)$  как суммы зрачковых функций отдельных субапертур с учетом функции пропускания и ошибок дефазировки и наклона каждой отдельной субапертуры в соответствии с формулами (3, 4, 6).

2) Вычисление функции распределения интенсивности на изображении согласно формуле (5).

### Результаты моделирования

Результаты компьютерного моделирования по предлагаемой методике представлены на рисунках 2 и 3.

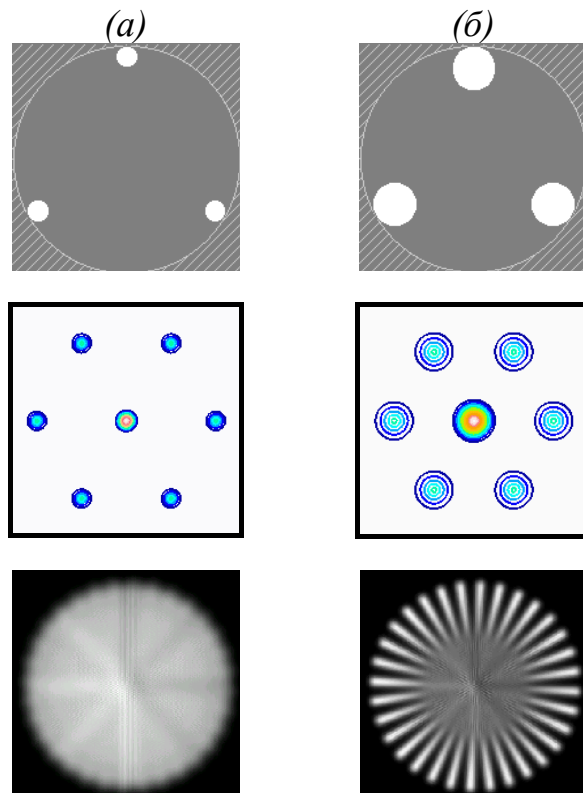


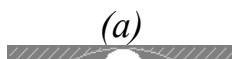
Рис. 2 Результаты моделирования интенсивности изображения оптическими системами с различной конфигурацией апертуры.

а) 3 субапертуры с радиусом  $r=0.1$ ; б) 3 субапертуры с радиусом  $r=0.2$ .

На рис. 2 представлены различные конфигурации апертуры, изображения радиальной миры и модуляционные передаточные функции, соответствующие этим конфигурациям. Как видно из рисунка, при разреженной апертуре с тремя субапертурами радиусом 0.1 канонической единицы приемлемое разрешение обеспечивается только при наличии центральной субапертуры. Но если радиус субапертур увеличить до 0.2 канонической единицы (Рис. 2б), то приемлемое разрешение обеспечивается и без центральной субапертуры.

На рис.3 демонстрируется влияние ошибок дефазировки и наклона на качество изображения оптической системы с заполненной апертурой.

Распределение интенсивности изображения, формируемого оптической системой с синтезированной апертурой на персональном компьютере с процессором iPentium-150 вычисляется за 15 секунд. Размер выборок при этом составляет  $256 \times 256$  элементов, а для вычисления дискретного преобразования Фурье используется двумерный алгоритм БПФ по векторному основанию [5, 6].



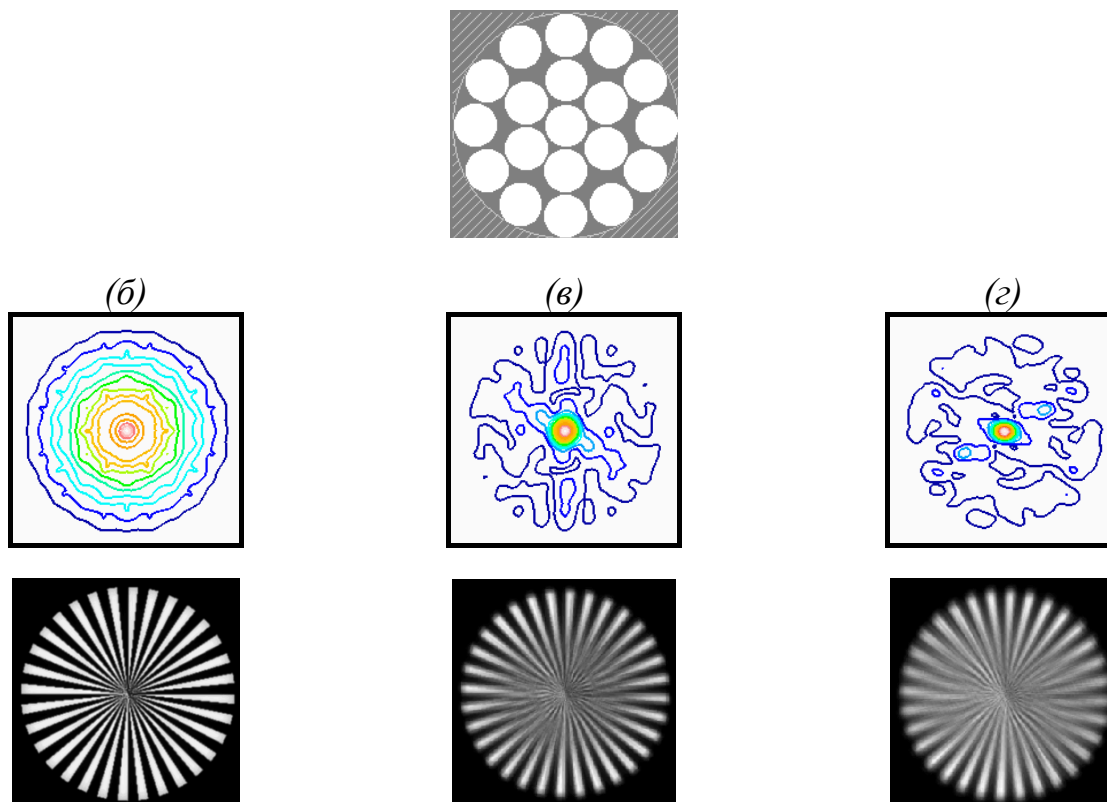


Рис. 4. Влияние ошибок дефазировки и наклона на качество изображения оптической системы с заполненной апертурой.

(а) заполненная апертура; (б) без aberrаций; (в) дефазировка  $-\lambda/2 < C_{00} < \lambda/2$ ;  
 (г) дефазировка:  $-\lambda/2 < C_{00} < \lambda/2$ , наклон:  $-\lambda/4 < C_{11} < \lambda/4$ ,  $-\lambda/4 < S_{11} < \lambda/4$ .

### Заключение.

Предлагаемая методика вычисления распределения интенсивности изображения может использоваться как эффективный инструмент при расчете и конструировании оптических систем с синтезированной апертурой. Использование быстрых алгоритмов позволяет с высокой вычислительной эффективностью предсказывать распределение интенсивности изображения предметов произвольной конфигурации оптическими системами с произвольной формой и расположением субапертур.

### Литература.

1. Н.Н. Hopkins On the Diffraction Theory of Optical Images, Proc. Roy. Soc. A217, 1953, pp. 408-432.
2. Н.Н. Hopkins Canonical coordinates in geometrical and diffraction image theory, Japanese Journal of Applied Physics, Vol. 4, Suppl. 1, 1965, pp. 31-35.
3. Родионов С.А. О дифракции в оптических системах, Оптика и спектроскопия, Том 46, вып. 4, 1979. С. 776-784.
4. Родионов С.А. Автоматизация проектирования оптических систем. -Л. Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1982. С. 183-195.
5. Блейхут Р. Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов. -М. Мир, 1989. С.128-169, 259-302.
6. Даджион Д., Мерсеро Р. Цифровая обработка многомерных сигналов. -М. Мир, 1988. С.15-141.