

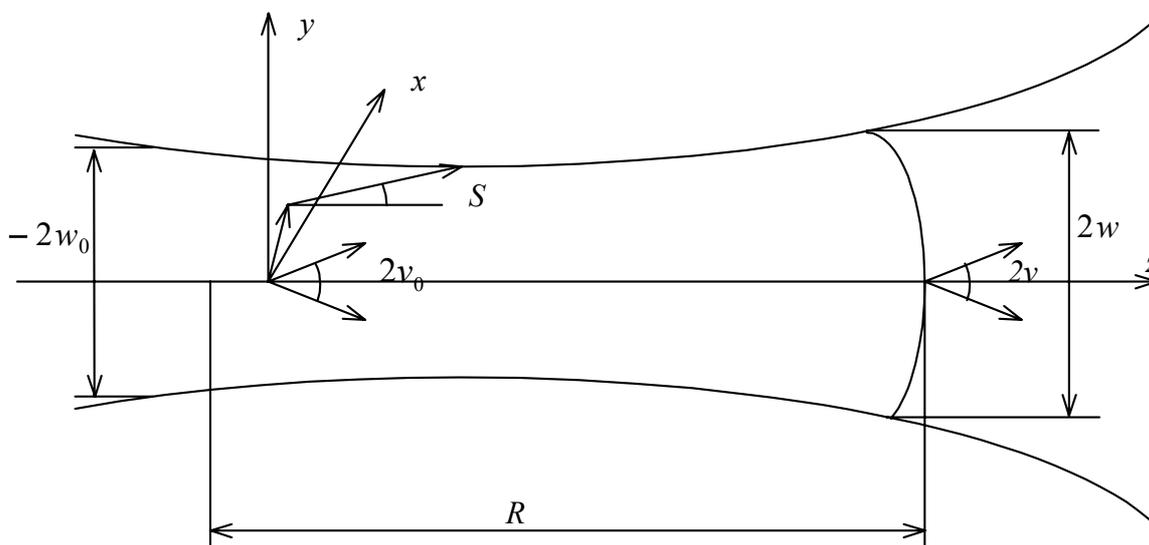
ОПТИКА НЕГОМОЦЕНТРИЧЕСКИХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ

С. А. Родионов, доктор техн. наук; Вон Дон Чжу; Ми Сук Чжун

Рассмотрены световые пучки общего вида, представленные геометрической лучевой моделью, в виде зависимости обобщенной яркости от линейных и угловых координат в пространстве. Показано, что для таких пучков справедливы общие выражения, описывающие их распространение в свободном пространстве и через оптическую систему, аналогичные таковым для классического гауссова когерентного пучка.

Классическая техническая оптика, как известно, построена на рассмотрении преобразования оптическими системами пучков, исходящих из точечных источников, то есть исходно гомоцентрических. Появление лазеров привело к введению в 60-х годах революционного понятия гауссовых пучков [1], которые, в отличие от гомоцентрических, распространяются по другим законам. Эти необычные свойства гауссовых пучков, вытекающие непосредственно из уравнений теории поля, часто приписывались дифракционному характеру их распространения при условии их полной когерентности.

В последние годы появилось множество работ [2-8], в которых рассматриваются уже не полностью когерентные пучки более общего вида на основе теории частичной когерентности и применения функции распределения Вигнера. Можно сказать, что формируется новое направление – оптика световых пучков.



Круговой гауссов пучок.

В настоящей статье мы рассмотрим чисто геометрический подход к оптике световых пучков, основанный на понятии лучей как векторов переноса энергии поля. При таком подходе самое общее описание светового пучка можно представить в виде обобщенной яркости L как функции линейных и угловых координат в пространстве: $L(r, s)$, где $r^T = (x, y)$, $s^T = (X, Y)$ – проекции

радиус-вектора точки пространства и оптического вектора направления распространения на плоскость (x, y) , перпендикулярную оси пучка, T – индекс трансформирования, причем $X = n \cos \alpha_x$, $Y = n \cos \alpha_y$, где n – показатель преломления среды, α_x, α_y – углы, образованные вектором направления с осями координат x и y соответственно. Очевидно, что $L(r, s)$ есть также функция распределения плотности лучей в лучевом пакете, представляющем данный пучок.

Ограничимся пока рассмотрением кругового гауссового пучка (см. рисунок), распространяющегося в направлении z . В этом случае его яркость или плотность распределения лучей в плоскости $z = 0$, совпадающей с перетяжкой пучка, есть гауссова функция от квадратов как линейных, так и угловых координат:

$$L(r, s)|_{z=0} = L_0 \exp \left\{ -2 \left[\left(\frac{r}{w_0} \right)^2 + \left(\frac{s}{v_0} \right)^2 \right] \right\} \quad (1)$$

где w_0 – радиус пучка в перетяжке, v_0 – угловая расходимость пучка. В пределах диаметра пучка $2w_0$ и конуса расходимости, определяемого величиной $2v_0$ (угол раскрытия конуса расходимости равен $2 \arcsin(v_0/n)$), содержится, как следует из свойств гауссовой функции, 86,5% энергии пучка.

Рассмотрим распространение такого пучка в пространстве. В соответствии с уравнениями геометрической оптики в параксиальном приближении [9-10], если какой-либо луч имеет в плоскости $z = 0$ координаты r, s , то в плоскости $z \neq 0$ его координаты будут:

$$s' = s, \quad r' = r + s z$$

$$\text{или} \quad (2)$$

$$r = r' - s z$$

где $z = z_d/n$ – приведенное расстояние, z_d – реальное расстояние.

Подставляя (2) в (1), получим искомое распределение:

$$L(r', s')|_{z \neq 0} = \exp \left\{ -2 \left[\left(\frac{s'}{v_0} \right)^2 + \left(\frac{r' - s' z}{w_0} \right)^2 \right] \right\} \quad (3)$$

или, используя очевидные алгебраические преобразования и пренебрегая штрихами в обозначении координат:

$$L(r, s)|_{z \neq 0} = \exp \left\{ -2 \left[\left(\frac{s - r/R}{v} \right)^2 + \left(\frac{r}{w} \right)^2 \right] \right\} \quad (4)$$

где $2w$ – диаметр пучка в плоскости z , $2v$ – локальная расходимость бесконечно малой площадки пучка в окрестности точки (x, y) , R – параметр,

который можно назвать приведенным "радиусом фронта пучка". Для параметров w , v и R имеем следующие выражения:

$$w^2 = \left[1 + \left(\frac{z}{z_0} \right)^2 \right] w_0^2, \quad v^2 = \left[1 + \left(\frac{z}{z_0} \right)^2 \right]^{-1} v_0^2, \quad R = \left[1 + \left(\frac{z_0}{z} \right)^2 \right] z \quad (5)$$

где

$$z_0 = w_0 / v_0 \quad (6)$$

Полученные выражения идентичны соответствующим формулам [1] для когерентного гауссового пучка с дифракционной расходимостью, равной $v_0 = \frac{\lambda}{\pi w_0}$, при этом $z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$, где λ – длина волны излучения. По аналогии с когерентным пучком в нашем (более общем) случае параметр z_0 можно называть приведенным радиусом расходимости или радиусом ближней зоны, поскольку на расстоянии z_0 от перетяжки диаметр пучка увеличивается в $\sqrt{2}$ раз, а его площадь – в 2 раза. R есть приведенный радиус кривизны фронта пучка (в общем случае для некогерентного пучка просто "фронта", а не волнового фронта), и в соответствии с выражением (5) он имеет минимальное значение на расстояниях $z_0 = \pm z_0$ от перетяжки, как и для классического когерентного пучка.

Как известно, для классического когерентного гауссового пучка очень удобным понятием является комплексный параметр кривизны q , определяемый выражением $\frac{1}{q} = \frac{1}{R} + i \frac{\lambda}{\pi w^2}$.

Продолжая аналогию с классическим пучком, введем комплексный параметр кривизны q для нашего пучка в соответствии с выражением:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{R} + i \frac{v}{w} = \frac{1}{R} + i \frac{J}{w^2} = \frac{1}{R} + i \frac{v^2}{J} \quad (7)$$

которое, в случае пучка с дифракционной расходимостью $v_0 = \frac{\lambda}{\pi w_0}$, становится идентичным формуле для когерентного пучка. В предыдущем выражении $i = \sqrt{-1}$, а J – инвариант Лагранжа пучка, определяемый формулой:

$$J = w_0 v_0 = w v = z_0 v_0^2 = w_0^2 / z_0 \quad (8)$$

Как легко убедиться с помощью выражений (5), значение инварианта постоянно в любом сечении пучка, причем для классического когерентного пучка это значение равно $J = \lambda / \pi$.

Из (5) и (7) легко получить:

$$q = z - i z_0 \quad (9)$$

т.е. выражение, аналогичное классическому гауссовому пучку, хотя, в отличие от последнего, комплексный параметр кривизны q не используется столь изящно в математической модели (4).

Проверим, удовлетворяет ли такой гауссов пучок (4) правилу ABCD Когельника [1]:

$$q' = \frac{Aq + B}{Cq + D} \quad (10)$$

где q, q' – комплексные параметры пучка до и после прохождения через оптическую систему. A, B, C, D – элементы "лучевой матрицы" оптической системы.

Естественно, что в соответствии с (9) комплексный параметр q удовлетворяет правилу Когельника при распространении гауссового пучка общего вида в свободном пространстве:

$$q' = q + t \quad \text{или} \quad q' = \frac{Aq + B}{Cq + D} \quad (11)$$

где $A=1, B=t, C=0, D=1$ – элементы лучевой матрицы "переноса" на приведенное расстояние $t = z$:

$$T = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (12)$$

Проверим, подчиняется ли комплексный параметр кривизны q правилу и при преломлении, для чего рассмотрим лучевую матрицу преломления на главных плоскостях некоторой оптической системы. Эта матрица, как известно [9], имеет следующий вид:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\varphi & 1 \end{pmatrix}, \quad \text{или} \quad A=1, B=0, C=-\varphi, D=1 \quad (13)$$

где φ – оптическая сила системы, $\varphi = n'/f' = -n/f$, (f, f' – фокусные расстояния).

В соответствии с матричной оптикой и выражениями (13) при преломлении мы имеем следующие соотношения для линейных и угловых координат луча (в парааксиальном приближении):

$$r' = Ar + Br = r, \quad s' = Cr + Ds = C_2 + s, \quad (14)$$

или

$$r = r', \quad s = s' - Cr'$$

Подставляя (14) в (4), получим выражение для плотности лучей преломленного пучка:

$$L(r' s')|_{z \neq 0} = \exp \left\{ -2 \left[\left(\frac{s' - r' \left(C + \frac{1}{R} \right)}{v} \right)^2 + \left(\frac{r'}{w} \right)^2 \right] \right\} = \quad (15)$$

$$= \exp \left\{ -2 \left[\left(\frac{s' - r' / R'}{v} \right)^2 + \left(\frac{r'}{w} \right)^2 \right] \right\}$$

Таким образом, при преломлении изменяется только радиус кривизны волнового фронта (R), а именно:

$$\frac{1}{R'} = C + \frac{1}{R} \quad (16)$$

Из (16) и (7) следует, что комплексный параметр кривизны при преломлении изменяется аналогично:

$$\frac{1}{q'} = C + \frac{1}{q} \quad \text{или} \quad q' = \frac{q}{Cq + 1} = \frac{Aq + B}{Cq + D} \quad (17)$$

где $A = 1$, $B = 0$, $D = 1$.

С учетом (13) мы убеждаемся, что и при преломлении комплексный параметр кривизны для пучка общего вида также подчиняется правилу $ABCD$ Когельника. Таким образом, частично когерентный гауссов световой пучок общего вида в форме лучевого пакета (4) подчиняется точно таким же законам, как и когерентный гауссов пучок, хотя исходные уравнения для них совершенно различны: волновая модель в виде уравнения комплексной амплитуды для когерентного пучка, полученная из параболического приближения уравнения Гельмгольца, и геометрическая модель в виде уравнения (1) распределения яркости или плотности лучей по линейным и угловым координатам для некогерентного пучка.

Отличие состоит только в величине инварианта Лагранжа или числа Френеля $N = J / \lambda$. Для когерентного гауссового пучка инвариант Лагранжа J и число Френеля N имеют наименьшие возможные значения, а радиус расходимости, угловая расходимость и комплексный параметр кривизны определяются дифракционной расходимостью:

$$J = \frac{\lambda}{\pi}, \quad N = \frac{1}{\pi}, \quad z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}, \quad v_0 = \frac{\lambda}{\pi w_0}, \quad \frac{1}{q} = \frac{1}{R} + \frac{\lambda}{\pi w^2} \quad (18)$$

Для пучка общего вида угловая расходимость может быть любой, большей или равной дифракционной, инвариант Лагранжа и число Френеля могут принимать любые значения, большие, чем в формуле (18), т.е. $J > \lambda / \pi$, $N > 1 / \pi$, а z_0 и q определяются общими формулами (6) и (7). Таким образом, выражения (5)-(7), (9) и (10) являются общими, справедливыми для любых гауссовых пучков, независимо от значения инварианта и от применяемой модели пучка.

Если, например, рассматривать положение перетяжек относительно фокусов оптической системы, то элементы A, B, C, D будут иметь следующий вид: $A = 0, B = \varphi^{-1}, C = -\varphi, D = 0$, а из правила Когельника (10) и формул (5), (7) следуют известные выражения, которые оказываются справедливыми и для пучков лучей общего вида (4). Для "увеличения" в перетяжках:

$$V^2 = \left(\frac{w_0'}{w_0} \right)^2 = \frac{f^2}{z^2 + z_0^2} = \frac{z'^2 + z_0'^2}{f'^2} \quad (19)$$

для положения перетяжек относительно фокусов:

$$z'(z^2 + z_0^2) = ff'z \quad \text{или} \quad z' = -\frac{n'}{n}V^2z \quad (20)$$

Термин "увеличение" ставится в кавычки, потому что в общем случае перетяжки не сопряжены.

В предыдущих формулах z и z' имеют обратные, по сравнению с (5), знаки, поскольку в соответствии с правилами, принятыми к оптике, эти расстояния измеряются от фокусов до перетяжек, а не наоборот. Кроме того, в формулах (19), (20) расстояния z и z_0 в отличие от (5), не приведены, т. е. не поделены на показатель преломления.

Для стигматических пучков, описанных в обычных курсах оптики, $z_0 \rightarrow 0, z'_0 \rightarrow 0$ и формулы (19), (20) переходят в широко известные соотношения [10]:

$$V = -\frac{f}{z} = -\frac{z'}{f'}, \quad zz' = ff' \quad (21)$$

а перетяжки становятся сопряженными точками, но формула $z' = -\frac{n'}{n}V^2z$ остается справедливой.

Для телескопических систем, широко применяемых для сужения или расширения пучков, предыдущие формулы неприменимы, поскольку для таких систем $f = \pm\infty$. В этом случае $A = V, B = 0, C = 0, D = V^{-1} = \frac{n'}{n}\sqrt{w}$ и мы

имеем:

$$V^2 = \left(\frac{w_0'}{w_0} \right)^2 = A^2, \quad z' = \frac{n'}{n}V^2z \quad (22)$$

где V – угловое увеличение оптической системы, z и z' – расстояния до перетяжек от любых сопряженных плоскостей в пространстве предметов и изображений соответственно, при этом перетяжки сопряжены.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kogelnik H. Li T. // Proc. of the IEEE. – 1966. -Vol. 54. – P. 1312-1329.

2. Palma C., Bagini V. Expansions of general beams in gaussian beams // Opt. Commun. – 1995. – Vol. 116. -P. 1-7.
3. Jacques Amaud. Representation of Gaussian beams by complex rays // Applied Opt. – 1985. – Vol. 24. -P. 538-543.
4. Friberg A.T., Sudol R.J. Propagation parameters of Gaussian Schell-model beams // Opt. Commun. -1982. – Vol. 41. – P. 383-387.
5. Simon R., Suflarshan E.C.G., Mukunda N. Generalized rays in first-order optics: transformation properties of Gaussian Schell-model fields // Phys. Rev. A. -1984. – Vol. 29. – P. 3273-3279. Turunen J., Friberg A.T. Matrix representation of Gaussian Schell-model beams in optical systems // Optics and Laser Technology. – 1986. – Vol. 18. -P. 259-267.
6. Belanger P.A. Beam Propagation and the ABCD ray matrices // Opt. Lett. – 1991. – Vol. 16. – P. 196-198.
7. Gori F. // Opt. Commun. – 1983. – Vol. 46. – P. 149.
8. Джерард А., Берн Дж.М. Введение в матричную оптику. – М.; Мир, 1978. – 341 с.
9. Апенко М.И., Дубовик, А.С. Прикладная оптика. -М.; Наука, 1971. -392 с.