

Математическая модель дифракции в оптических системах с высокими числовыми апертурами.

Вознесенский Н.Б., Родионов С.А., Домненко В.М., Иванова Т.В.

Рассматривается векторная математическая модель преобразования электромагнитного излучения в оптических системах на основе представления комплексной амплитуды поля через сумму линейно-поляризованных векторных плоских волн единичной амплитуды. Оптическая система рассматривается как амплитудно-фазовый фильтр спектра таких волн, причем фазовые возмущения описываются фазовой функцией, полностью включающей в себя абберации и влияние параметров настройки схемы. Рассмотрена возможность использования преобразования Фурье для вычисления комплексной амплитуды векторного поля после оптической системы. Предлагаемая модель полностью свободна от параксиального приближения, обеспечивает адекватное описание формирования изображения при любых величинах чисел Френеля (в т.ч. при высоких числовых апертурах), предполагает наличие различных состояний поляризации излучения и обеспечивает взаимосвязь математического описания дифракции и процессов взаимодействия поля со средой в транспарантах или приемно-регистрирующих элементах.

ВВЕДЕНИЕ

Изучение предельных возможностей разрешения высокоапертурными оптическими системами тонкой структуры предмета на основе дифракционной теории связано с отказом от параксиального приближения, присутствующего во всех классических моделях дифракции, а также необходимостью обязательного учета эффектов векторного характера электромагнитных волн. Скалярный подход к анализу дифракции света в оптических системах чаще всего преобладает при оценке качества изображения всевозможных оптических систем, в том числе и систем с большими числовыми апертурами на входе или выходе [3, 6-7, 10-17]. Все хорошо известные достижения теории сигналов и линейных систем, применяемые в анализе работы оптических приборов, так или иначе связаны со скалярным описанием прохождения поля через каскад *объект (транспарант) – оптическая система – приемник* [19, 21-22]. При этом достигается логически ясная картина преобразования информации на основе фильтрации пространственных частот.

На самом деле реальные процессы прохождения и дифракции поля в высокоапертурных оптических схемах несколько отличаются от предсказания скалярной теории по целому ряду причин. Наиболее важными можно считать следующие:

- 1) несоответствие реальной ситуации предположению о малости углов дифракции и углов сходимости лучей на изображении,
- 2) влияние поляризационных эффектов на распределение интенсивности поля,
- 3) взаимодействие поля со средой объекта или приемника, которое необходимо учитывать.

Указанные проблемы имеют большое значение при моделировании процессов формирования изображений в микролитографии, измерительной и конфокальной микроскопии и при исследовании потерь информации в фурье-оптике.

Вопросы векторного анализа дифракции в оптических системах поднимались уже довольно давно, однако практикой разработки оптических систем и приборов результаты этих работ ранее не были востребованы. Исходным математическим понятием везде служит интеграл Кирхгофа в векторной форме, причем, если в ряде работ задача поставлена и сформулирована, но не решена в явном виде [1,2], то в замечательных трудах В.С. Игнатовского [8], который, по-видимому, одним из первых подробно рассмотрел векторное решение для важных частных случаев, и ряде других работ [9-11, 13-18] предлагается математический аппарат расчета интенсивности изображения, создаваемого высокоапертурными оптическими системами. С точки зрения практического использования этого аппарата авторы, в частности, Баракат, Юнг и др. подчеркивают различие скалярной и векторной моделей при описании тонкой структуры изображений, полученных системами с NA (числовая апертура) ≥ 0.5 и, особенно, в поляризованном излучении [18, 23, 24]. В последнее время указанным вопросам уделяется особое внимание, о чем свидетельствует появление все новых и новых работ по дифракционной теории формирования изображения в зарубежных и отечественных оптических и физических журналах.

В связи с дальнейшим развитием оптических измерительных и информационных технологий, использующих разнообразные средства модуляции и регистрации оптического сигнала, необходимы математические модели дифракционных явлений на уровнях порядка длины волны с учетом векторного характера излучения и эффектов его взаимодействия со средой, чему посвящены, например, работы Хилиона [12], Флегонтова [4], Полетаевой [5], а также уже упоминавшаяся работа Юнга с коллективом авторов [23]. Последняя работа замечательна тем, что как раз содержит сквозной подход к математическому моделированию процесса преобразования комплексной амплитуды электромагнитного поля при прохождении излучения через транспарант конечной толщины, оптическую систему и структуру фоторезиста.

Кроме указанных в нашем обзоре работ существует довольно большое число других трудов, где, в принципе, на аналогичной основе обсуждается векторный подход к дифракции света в оптических приборах с использованием интеграла Кирхгофа. В настоящей работе предлагается новая точка зрения на решение этой задачи при сочетании логической простоты скалярной теории и более точного описания на основе векторных свойств поля.

Понятие базисных плоских волн. Предлагаемая математическая модель дифракции света основана на представлении комплексной амплитуды монохроматического поля через суперпозицию плоских волн (ПВ). Понятие ПВ хорошо известно из классической теории [1, 3, 7] и применяется многими авторами при анализе дифракционных явлений [4, 5, 23] и др., однако до сих

пор это понятие не используется в полной мере именно для представления векторных полей. Кроме того, ПВ в силу тяготения к параксиальному приближению рассматриваются как распространяющиеся преимущественно вдоль продольной координатной оси оптической системы. Введем несколько модифицированное понятие базисной плоской волны, опираясь на то, что, как известно, векторная ПВ – это одно из решений уравнений Максвелла в комплексной форме [1, 2].

Следующие условия задают принятый в настоящей работе математический формализм:

- 1) базисная ПВ имеет единичную амплитуду с y_+ линейной поляризацией и направление распространения в пространстве, определяемое направляющими косинусами c_x, c_y ,
- 2) электрический \mathbf{e} и магнитный \mathbf{h} векторы базисной ПВ лежат в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны, поэтому их ориентация в пространстве однозначно определена через c_x, c_y и принятое условие поляризации,
- 3) базисная ПВ не может быть ограничена в пространстве, т.е. сама она не подвергается дифракции,
- 4) состояние поляризации базисной ПВ может изменяться при взаимодействии с поляризующими средами.

Запишем в общем виде выражения для магнитного \mathbf{h} и электрического \mathbf{e} векторов базисной ПВ:

$$\mathbf{h}(\mathbf{r}) = \frac{\bar{\mathbf{y}} \times \mathbf{k}}{|\bar{\mathbf{y}} \times \mathbf{k}|} \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})], \quad (1)$$

$$\mathbf{e}(\mathbf{r}) = i \frac{\mathbf{k} \times \mathbf{h}(\mathbf{r})}{|\mathbf{k} \times \mathbf{h}(\mathbf{r})|}, \quad (2)$$

где $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, $\bar{\mathbf{y}}$ - орт оси y , $\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \begin{pmatrix} c_x \\ c_y \\ c_z \end{pmatrix}$ - волновой вектор.

Плоские волны, которые удовлетворяют указанным условиям, будем считать элементами базиса аппроксимации комплексной амплитуды монохроматического поля произвольного вида, причем комплексные коэффициенты аппроксимации будут представлять собой спектр векторных ПВ (СВПВ).

Применение ПВ для математического моделирования полей удобно тем, что можно использовать аппарат преобразования Фурье (ПФ), что обычно и делается в скалярной теории [1-3, 7]. В случае векторного рассмотрения также будем базироваться на ПФ, но СВПВ должен быть представлен в виде некоторой матрицы S , каждый элемент которой является функцией от c_x, c_y .

Оптическая система – амплитудно-фазовый фильтр СВПВ. Как хорошо известно из классической теории, оптическая система при идеальной коррекции

аббераций не вносит дополнительных фазовых искажений в поле излучения, идущего от объекта. Однако и при наличии остаточных aberrаций разумно считать оптическую систему устройством, вносящим лишь небольшие коррективы в форму проходящего волнового фронта. Одним из авторов настоящей работы ранее [20] были развиты принципы построения математической модели формирования оптического изображения, в которых сочетаются подходящий выбор системы координат и вышеприведенные рассуждения для того, чтобы полностью уйти от проблемы параксиального приближения. В нашей трактовке пространственно-частотного описания дифракции используется понятие обобщенных координат на зрачке в качестве параметров непосредственно плоских волн и, таким образом, формулируется модель оптической системы как фильтра плоских волн в принципе. Действие такого фильтра на спектр плоских волн заключается в ослаблении или полном срезании части спектра, а также в изменении фаз составляющих. С учетом принятых выше условий для базисных плоских волн такая модель полностью корректна при описании процесса формирования изображения оптическими системами в самом общем случае.

Формирование изображения. Рассмотрим процесс формирования распределения поля в плоскости изображения некоторой оптической системы, если известен скалярный спектр $\tilde{u}(v_x, v_y)$ пространственных частот

$$v_x = -\frac{c_x}{\lambda}, v_y = -\frac{c_y}{\lambda}$$

выходящего из оптической системы излучения.

Тогда поле излучения можно представить через интеграл суперпозиции:

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}') = \iint S(v_x, v_y) \cdot \mathbf{u}_0(\mathbf{r}') \cdot dv_x dv_y, \quad (3)$$

где $\mathbf{u}(\mathbf{r}')$ – это распределение либо электрической, либо магнитной составляющей поля; $\mathbf{u}_0(\mathbf{r}')$ – векторная плоская волна в пространстве изображений, удовлетворяющая соотношениям (1) или (2) соответственно;

$$S(v_x, v_y) = \begin{pmatrix} \tilde{u}(v_x, v_y) & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{u}(v_x, v_y) & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{u}(v_x, v_y) \end{pmatrix}.$$

Поскольку начало системы координат в пространстве изображений находится, как правило, в плоскости приемника, то распределение поля на изображении можно получить, если вычислить интеграл (3) при $z' = 0$. Если выполнить некоторые преобразования, то в приведенных координатах на изображении можно получить:

$$\mathbf{u}(x', y') = F^{-1} [S(v_x, v_y) \cdot \mathbf{u}_0(v_x, v_y)], \quad (4)$$

где F^{-1} – обратное преобразование Фурье, $\mathbf{u}_0(v_x, v_y)$ – это либо $\mathbf{h}(0)$, либо $\mathbf{e}(0)$ согласно выражениям (1) или (2).

Относительное распределение интенсивности изображения в немагнитной диэлектрической среде найдем простым квадрированием векторной комплексной амплитуды поля $\mathbf{u}(x', y')$. Это можно записать в виде скалярного произведения комплексно-сопряженных векторов:

$$I'(x', y') = \mathbf{u}(x', y') \cdot \mathbf{u}^*(x', y'). \quad (5)$$

В функции интенсивности, таким образом, участвуют все три декартовых составляющих вектора поля, что для больших апертурных углов должно приводить к отличию дифракционной картины изображения точки от классической картины Эйри.

Компьютерное моделирование когерентных изображений.

Рассмотренная математическая модель позволяет учесть эффекты векторного характера поля в дифракционном изображении при сравнительно небольшом усложнении вычислений по отношению к скалярной линейной модели, основанной на цифровом преобразовании Фурье. Беря за основу выражение (4), можно построить алгоритм вычисления поля на изображении, в котором требуется выполнить обратное преобразование Фурье три раза для линейно поляризованного света, или максимум девять раз для более сложного вида поляризации. Во всяком случае, этот алгоритм рассчитан на самый общий случай и может применяться для моделирования прохождения света через полный каскад оптических преобразователей.

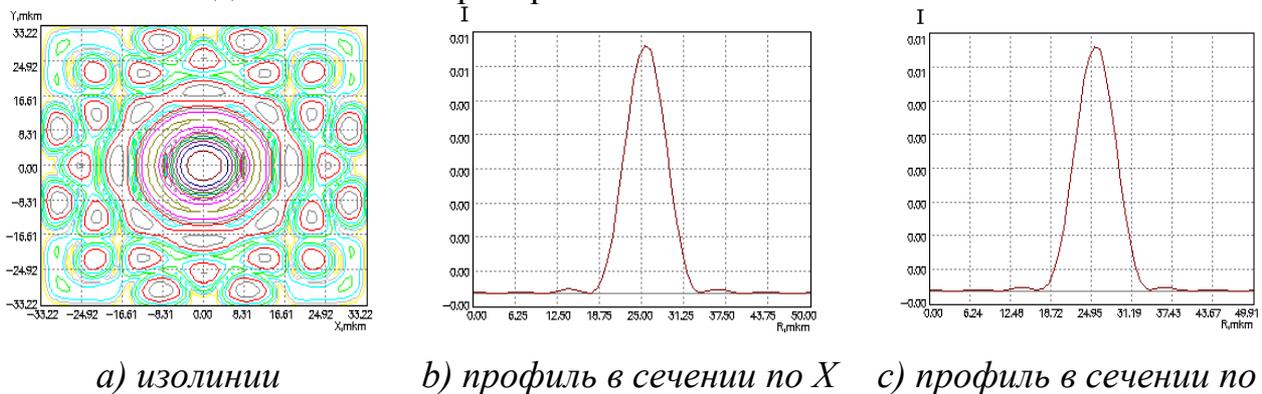


Рис. 1. Картина Эйри при $A'_0 = 0.3$.

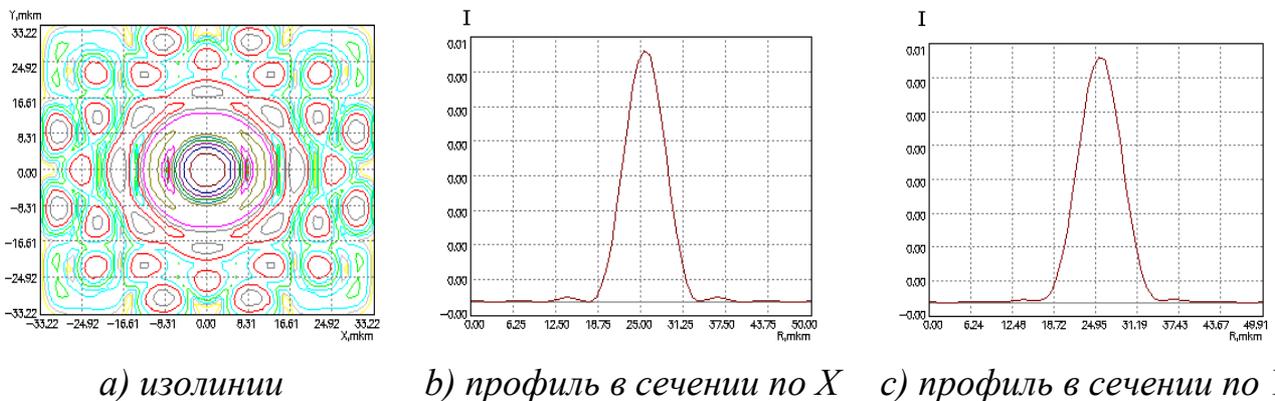


Рис. 2. Картина Эйри при $A'_0 = 0.55$.

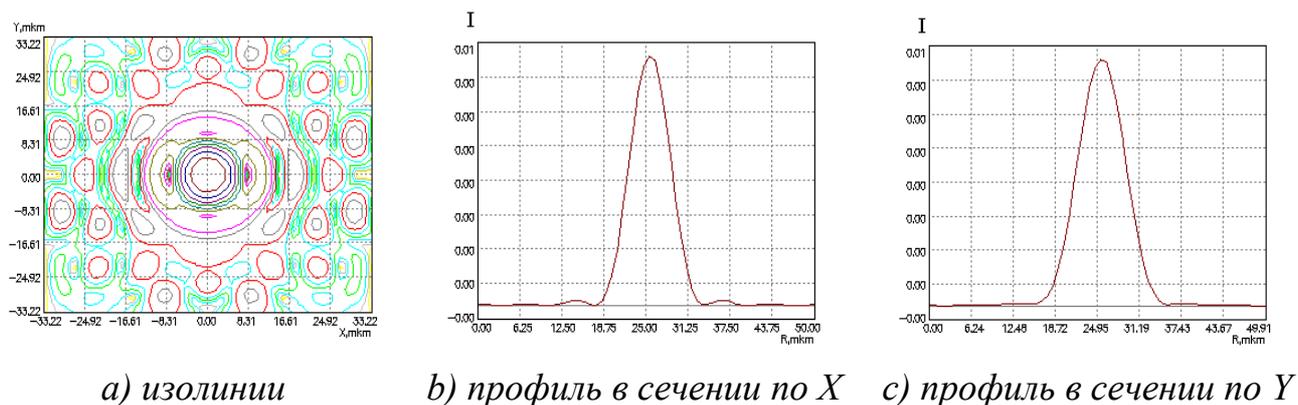


Рис. 3. Картина Эйри при $A'_0 = 0.75$.

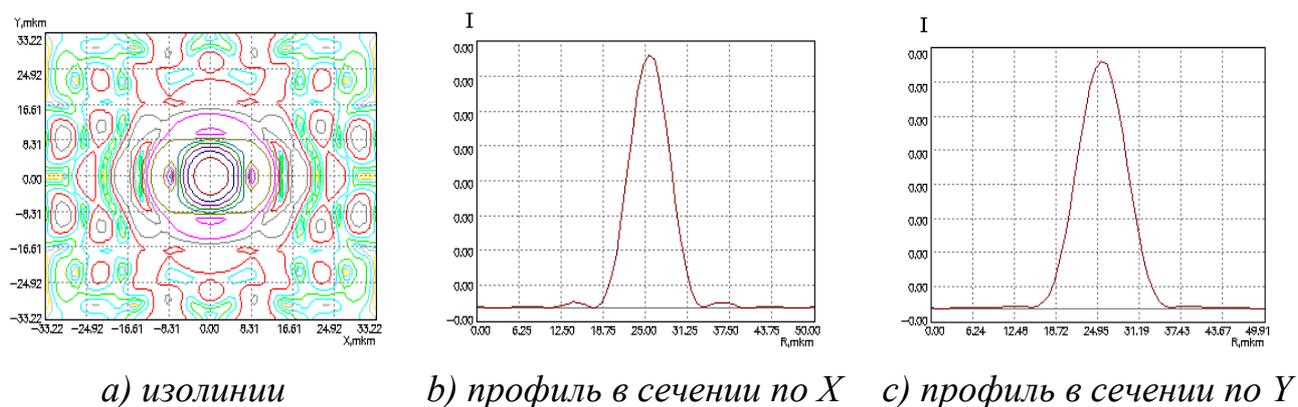


Рис. 4. Картина Эйри при $A'_0 = 0.85$.

Рисунки иллюстрируют изменение картины Эйри при различных значениях числовых апертур A'_0 на выходе оптической системы. Масштабы по осям X , Y – одинаковые, но условные, нормированные к размерам дискретной фурье-выборки.

Приведенные результаты хорошо согласуются с аналогичными данными, которые получены другими авторами, в частности, Баракатом [24] с использованием значительно более сложного математического аппарата. Кроме того, предлагаемая в работе модель позволяет получить распределение поля в изображении не только точечных, но и объектов произвольной формы.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Luneburg R. K. Mathematical theory of optics. – Berkeley-Los Angeles, Univ. of California Press, 1964. – 448 p.
2. Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical system//Proc. R. Soc., London. – 1959. – Ser. A **253**. – pp. 349-357.
3. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. – М.; Наука, 1970. – с. 856.
4. Флегонтов Ю. А. Дифракция электромагнитных волн на оптических транспарантах из проводника и диэлектрика//Опт. и спектр. – 1994. – т. 77, вып. 5. – с. 833-838.
5. Полетаева А. И. Дифракция электромагнитных волн на оптических транспарантах с просветленным входным окном//Опт. и спектр. – 1994. – т. 77, вып. 5. – с. 839-842.
6. Гудмен Дж. Введение в фурье-оптику. – М., 1970.
7. Старк Г. Применение методов фурье-оптики. – М., Радио и связь, 1988. – с. 536.

8. Игнатовский В. С. Диффракция в линзах с произвольно большой апертурой//Известия Гос. Оптич. института. – 1919. – том I, выпуск IV.
9. Hopkins H. H. The Airy disc formula for systems of higher relative apertures//Proc. Phys. Soc., London. – 1943. – V. 55. – pp. 116-128.
10. Sheppard C. J. R., Hrynevych M., Diffraction by a circular aperture: a generalization of Fresnel diffraction theory//J. Opt. Soc. Amer., A.-1992. – vol. 9, N2. – pp. 274-281.
11. Cole D. C., Brouch E., Hollerbach U., Orszag S. A. Derivation and simulation of higher numerical aperture scalar aerial images//Jap. J. Appl. Phys. Pt. 1. – 1992. – vol. 31, N128. – pp. 4110-4119.
12. Hilion P. Relativistic theory of scalar and vector diffraction by planar apertures//J. Opt. Soc. Amer., A-. – 1992. – vol. 9, N10. – pp. 1794-1800.
13. Visser T. D., Wiersma S. H., Diffraction of converging electromagnetic waves//J. Opt. Soc. Amer., A-. – 1992. – vol. 9, N11. – pp. 2034-2047.
14. Сулейменов И. Э., Толмачев Ю. А. К возможности обобщения фурье-оптики//Опт. и спектр. – 1994. – т. 76, вып. 6. – с. 999-1000.
15. Сулейменов И. Э., Толмачев Ю. А. Обобщенная фурье-оптика I. Отражение монохроматического излучения от зеркал произвольной формы//Опт. и спектр. . – 1994. – т. 77, вып. 1. – с. 134-140.
16. Сулейменов И. Э., Толмачев Ю. А. Обобщенная фурье-оптика II. Применение метода стационарной фазы для описания распространения и отражения фронта волны//Опт. и спектр. . – 1994. – т. 77, вып. 3. – с. 477-483.
17. Сулейменов И. Э., Толмачев Ю. А. Обобщенная фурье-оптика III. Описание отражения волнового фронта от неплоских зеркал в терминах локальной кривизны//Опт. и спектр. – 1995. – т. 78, вып. 1. – с. 110-113.
18. Какичашвили Ш. Д., Нестационарный векторный дифракционный интеграл Кирхгофа//Письма в ЖТФ. – 1994. – т. 20, вып. 22. – с. 78-82.
19. Bitran Y., Mendlovic D., Dorsch R. G., Lohmann A. W., H. Ozaktas Fractional Fourier transform: simulations and experimental results//Appl. Opt Y. – 1995. – vol. 34, N8. – pp. 1329-1332.
20. Родионов С. А. О дифракции в оптических системах//Опт. и спектр. . – 1979. – т. 46, вып. 4. – с. 776-784.
21. Sumiyoshi A., Sheridan J. T. Generalization of the fractional Fourier transformation to an arbitrary linear lossless transformation: an operator approach//J. Phys. A.: Math. Gen. – 1994. – vol. 27. – pp. 4179-4187.
22. Sumiyoshi A., Sheridan J. T. Almost-Fourier and almost-Fresnel transformations//Opt. Commun. – 1995. – vol. 113, N4-6. – pp. 385-388.
23. Yeung M. S., Lee D., Lee R., A.R Neureuter Extension of the Hopkins theory of partially coherent imaging to include thin-film interference effects//Proc. SPIE vol. 1927, Optical/Laser Microlithography VI – 1993. – pp. 452-463.
24. Hsu W., Barakat R., Stratton-Chu vectorial diffraction of electromagnetic fields by apertures with application to small-Fresnel-number systems//J. Opt. Soc. Amer. – 1994. – vol. 11, N2. – pp. 623-629.