Влияние аберраций оптических систем на равномерность освещенности

С. А. Родионов, А. А. Шехонин

Вопрос о влиянии аберраций осветительных систем на равномерность освещенности становится весьма важным в связи с повышением требований к таким системам, в то же время в литературе он отражен явно недостаточно [1−3]. В настоящей статье мы рассмотрим один из наиболее распространенных классов центрированных оптических осветительных систем (ОС), проектирующих источник света *И* таким образом, что его изображение *И'* не сопряжено с освещаемой плоскостью (ОП) (рис.1) и отсутствует виньетирование.

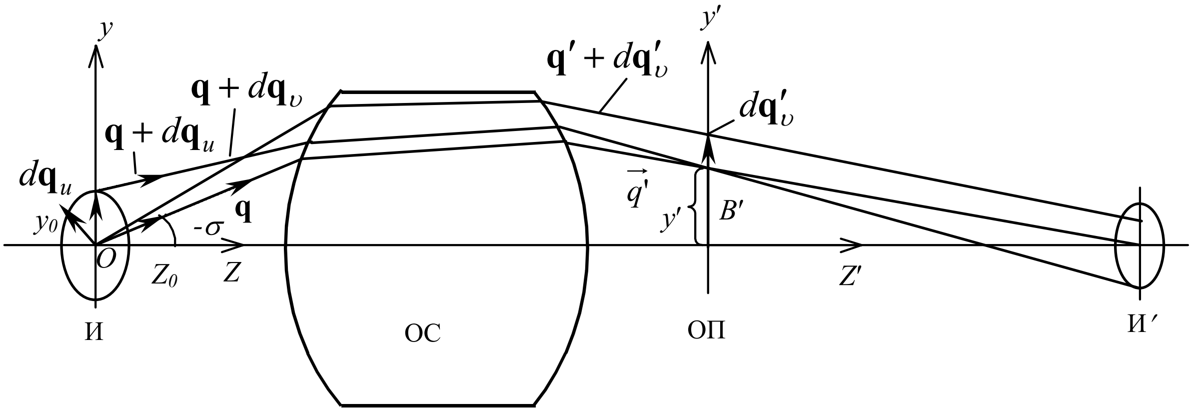

Рис.1

Как известно [1], освещенность E какой-либо точки B' плоскости ОП равна:

$$E = \iint_{\Omega'} L(X',Y')\tau(X'Y')dX'dY', \qquad (1)$$

где $L(X',Y')$ – яркость источника, $\tau(X',Y')$ – пропускание оптической системы, $X' = \cos\alpha'_x$, $Y = \cos\alpha'_y$ – направляющие косинусы луча $\mathbf{q}'$, попадающего в точку B' из какой-либо точки источника *И* (см. рис. 1), $\mathbf{\Omega}'$ – область в координатах X',Y' существования лучей, выходящих из источника и попадающих в точку B'.

Если принять, что яркость источника $L(X',Y')$ постоянна в данном направлении $\mathbf{q}$ (или, что то же самое, за $L(X',Y')$ принять габаритную яркость, равную отношению силы света I_q в данном направлении к площади проекции габаритов источника на плоскость, перпендикулярную лучу $\mathbf{q}$), а также считать постоянным $\tau(X',Y')$, то формула (1) упрощается:

$$E = \tau L\Omega',$$

где Ω' – площадь области Ω' в координатах X',Y'.

Если считать область Ω' близкой к эллиптической или прямоугольной, то

$$E = \gamma L \tau A'_x A'_y ,$$

где A'_x, A'_y – апертуры освещения – половины видимых угловых размеров источника (в синусах углов), наблюдаемого в обратном ходе из точки B' через ОС, $\gamma = \pi$ для эллиптической и $\gamma = 4$ для прямоугольной форм.

Равномерность освещенности плоскости ОП, т.е. функция светораспределения, определяется формулой

$$\Phi'(y') = \frac{A'_x(y')A'_y(y')}{A'_x(0)A'_y(0)}, \tag{2}$$

где $A'_x(0)$ и $A'_y(0)$ соответствуют осевой точке (центру плоскости ОП).
При малых размерах источника можно записать

$$\Phi'(y') = \left|\frac{dX'dY'}{dX_0'dY_0'}\right| L(X',Y'), \tag{3}$$

Для того, чтобы дифференциалы $dX'dY'$ выразить более удобным способом, воспользуемся дифференциальным оптическим инвариантом [4]

$$n'[(da_u'dq_\upsilon') - (da_\upsilon'dq_u')] = n[(da_u dq_\upsilon) - (da_\upsilon dq_u)], \tag{4}$$

где $da_u, da_\upsilon, da_u', da_\upsilon'$ – дифференциалы линейных координат луча (радиус-вектора *a*) в пространствах предмета и изображения, $dq_u, dq_\upsilon, dq_u', dq_\upsilon'$ – дифференциалы орта направления луча, соответствующие изменению независимых параметров *u* и *υ*.

Применяя инвариант (4) к рассматриваемому случаю и считая независимым параметром u-координату точки на источнике, а υ-координату на плоскости ОП (в направлениях *x* и *y* раздельно), получим (см. рис. 1)

$$\begin{aligned} -n'dx'dX' &= ndxdX, \\ -n'dy'dY' &= ndydY \end{aligned} \tag{5}$$

Подставляя (5) в (3), получаем (при размерах источника $dx, dy = const$)

$$\Phi'(x', y') = \frac{dXdYdx_0'dy_0'}{dX_0dY_0dx'dy'} L(X',Y'), \tag{6}$$

Заметим, что формула (6) не учитывает каких-либо свойств симметрии и является поэтому общей, пригодной в том числе и для нецентрированных систем. Для центрированных систем отношение дифференциалов, входящее в формулу (6), легко выразить через величину обобщенного неизопланатизма [2,5]. В соответствии с понятиями, введенными в этих работах, обобщенным относительным неизопланатизмом центрированной оптической системы является следующая величина:

$$\delta = \frac{p}{v_0 p'} - 1, \tag{7}$$

где p**,** p' – обобщенные входные и выходные зрачковые координаты, определяемые по разному для близкого и для удаленного предмета и изображения, v_0 – обобщенное увеличение. В частном случае, когда предмет и изображение близкого типа (на конечном расстоянии) и отсутствует сферическая аберрация, формула (7) выражает отступление от закона синусов Аббе [2]. Нам необходимо так определить обобщенные координаты p и p' чтобы их дифференциалы равнялись бы dX**,** dY и dx'**,** dy' соответственно. Легко отметить, что во всех случаях мы должны определить

$$p' = n' y', \tag{8}$$

таким образом, отнесем изображение источника к «удаленному» типу. Что касается p, то его определение зависит от формы источника.

Наиболее простой и достаточно распространенной является модель плоского ламбертовского источника, расположенного перпендикулярно оптической оси. В этом случае необходимо определить (рис. 1)

$$p = -n \sin\sigma = nY, \tag{9}$$

при этом $dp = ndY$.

Если источник сугубо неплоский и распределение его силы света существенно отличается от ламбертовского, то наиболее удобной является модель сферического источника, для которой координату p следует определить как

$$p = n\sigma, \tag{10}$$

тогда в системе координат oy_0z_0, ось z_0 которой совпадает с лучом q, можно получить $dp = -nd\sigma = -nd\sin\sigma = ndY$ (см. рис. 1).

Легко заметить, что для учета отличия реального источника от принятой модели (ламбертовского или сферического равнояркого источника) мы должны в выражение для светораспределения добавить множитель $K(\sigma)$, равный соответственно:

$K(\sigma) = \dfrac{I(\sigma)}{I_0 \cos\sigma}$ для модели ламбертовского источника.

$K(\sigma) = \dfrac{I(\sigma)}{I_0}$ для модели сферического источника, где $\dfrac{I(\sigma)}{I_0}$ – угловая индикатриса относительной силы света.

Для того, чтобы теперь вернуться к формуле (6) с учетом определений (9) и (10), выразим из формулы (7) p:

$$p = v_0 p'(1+\delta) \tag{11}$$

и продифференцируем предыдущее выражение по x и y, учитывая, что в соответствии с симметрией вращения в центрированных системах в формуле (11) вместо p и p' можно рассматривать $\sqrt{p_x^2 + p_y^2}$ и $\sqrt{p'^2_x + p'^2_y}$ соответственно, а также полагая $p_x = p'_x = 0, p'_y = p', p_y = p$,

$$dp_x = v_0(1+\delta)dp'_x,$$
$$dp_x = v_0\left(1+\delta+p'\frac{\partial\delta}{\partial p'}\right)dp'_y. \qquad (12)$$

С учетом того, что определения (9) и (10) обеспечивают условия

$$dp_x = ndX, dp_y = ndY,$$
$$dp'_x = n'd'x', dp'_y = ndy',$$

получаем из (7) и (12) для центрированных систем

$$\Phi'(y') = K(\sigma)(1+\delta)\left(1+\delta+y'\frac{\partial\delta}{\partial y'}\right), \qquad (13)$$

где обобщенный неизопланатизм определяется формулой (7), а обобщенные зрачковые координаты – формулами (8), (9) или (10).

Таким образом, достижение равномерности освещенности в рассматриваемом случае требует коррекции обобщенного изопланатизма в оптических системах осветительных устройств, при этом необходимо рассматривать работу этой системы как формирование удаленного изображения источника света, находящегося на конечном расстоянии от системы. При отсутствии виньетирования, как следует из изложенного, другие аберрации на равномерность освещенности не влияют.

Формулу (13) можно упростить, если учесть, что в осветительных системах неизопланатизм δ имеет достаточно простую зависимость. В большинстве случаев можно ограничиться рассмотрением третьих и пятых порядков, т. е. записать

$$\delta(y') = a_3 y'^2 + a_5 y'^4. \qquad (14)$$

При этом нетрудно получить после подстановки (14) в (13) и несложных преобразований

$$\Phi'(y') = K(\sigma)(1+\delta_1)(1+7\delta_1-8\delta_{0,7}), \qquad (15)$$

где δ_1 – значение неизопланатизма для луча, пересекающего освещаемую плоскость в точке с координатой y', $\delta_{0,7}$ – то же в точке с координатой $\sqrt{0,5}y'$. Наконец, если можно ограничиться неизопланатизмом третьего порядка, т.е. пренебречь вторым членом в формуле (14), получаем выражение, близкое к приведенному в [2, 3]:

$$\hat{O}'(y)' = K(\sigma)\left(1+4\delta_1+3\delta_1^2\right) \approx K(\sigma)\left(1+4\delta_1\right) \approx K(\sigma)\left(1-4\boldsymbol{\delta}_1\right), \qquad (16)$$

где $\boldsymbol{\delta}_1$ – неизопланатизм в обратном ходе.

Поскольку выражение (13) строго справедливо только при бесконечно малом размере источника, т. е. при малых апертурах освещения, в выражениях (15) и (16), кроме того, при отсутствии аберраций высших порядков была произведена проверка пределов применимости этих формул для двух достаточно типичных осветительных систем (рис.2). На рис.2,*а* представлена схема конденсора [3] с увеличением $\beta = -2{,}92^{\times}$ и фокусным расстоянием f’=24,48 мм. На рис.2,б приведена схема осветителя микроскопа [6] с апертурой A=0,85. Расчеты производились на ЕС ЭВМ с помощью комплекса программ ОПАЛ [3].

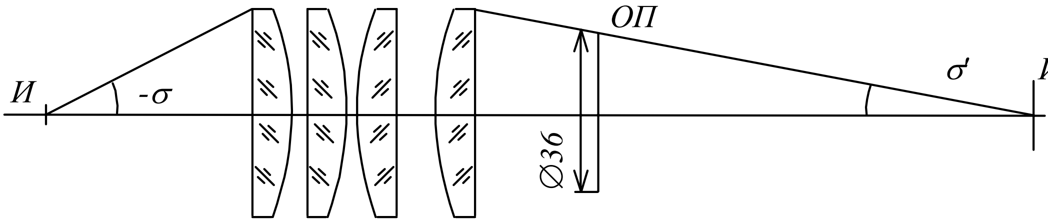

Рис.2а

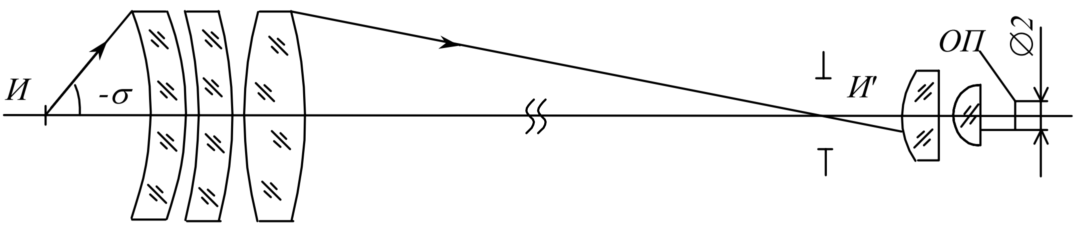

Рис.2б

Результаты приведены на рис.3, 4, на которых сплошные кривые соответствуют формуле (13), пунктирные – формуле (15) и штрих-пунктирные – выражению (16). Точные значения, полученные по формуле (2), показаны крестиками, кружочками и квадратиками – соответственно для трех значений апертур освещения – 0,01; 0,2 и 0,4. Для наглядности на тех же рисунках показаны графики неизопланатизма $\delta\left(y'^2\right)$ в соответствии с формулой (7).

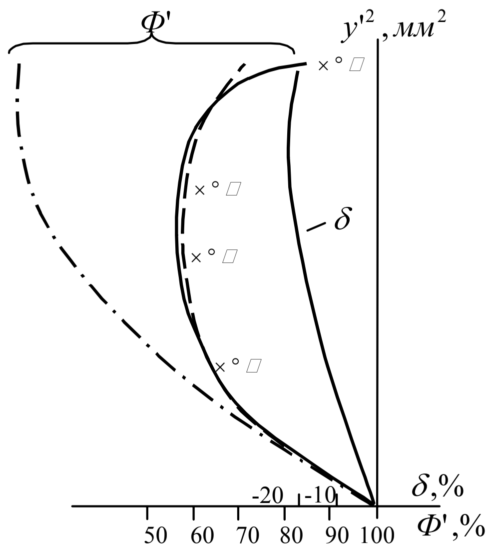

Рис. 3

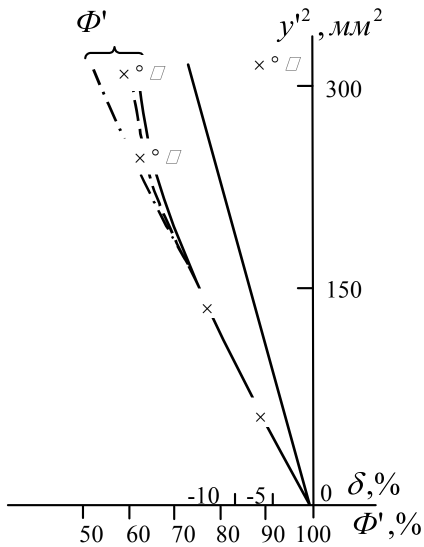

Рис. 4

Из приведенных результатов видно, что соотношением (13) с успехом можно пользоваться вплоть до весьма больших значений апертур освещения порядка 0,25. Кроме того, простая формула (15), в которой учитываются третьи и пятые порядки, также дает вполне приемлемые результаты даже при значительном неизопланатизме. Выражение (16), ограничивающееся третьими порядками, должно применяться с осторожностью, поскольку его погрешность может доходить до 50% в рассмотренных случаях.

В заключение заметим, что величина, определяемая формулой (8), имеет смысл неизопланатизма, если рассматривать, как это обычно делают и как сделано в данной статье, построение оптической системой изображения источника. Возможен и другой подход, который в некоторых случаях может быть удобнее, а именно: можно считать, что оптическая система осветителя формирует изображение некоторой фиктивной поверхности, освещенной источником в пространстве предметов, на освещаемой поверхности ОП. При этом источник служит как бы апертурной диафрагмой для оптической системы. Светораспределение определяется следующей формулой:

$$\Phi'(y') = \frac{\Phi(\sigma)}{(1+\Delta)\left(1+\Delta+y'\dfrac{\partial\Delta}{\partial y'}\right)}, \qquad (17)$$

где $\Phi(\sigma)$ – светораспределение в пространстве предметов, Δ – дисторсия в изображении освещенной предметной поверхности, формируемом на освещаемой плоскости. Для ламбертовского источника в качестве предметной поверхности естественно взять плоскость, при этом $\Phi(\sigma) = K(\sigma)\cos^4\sigma$.

Для сферического источника удобнее в качестве предметной поверхности выбрать сферу, тогда $\Phi(\sigma) = K(\sigma)$. Нетрудно заметить, что дисторсия в рассматриваемой схеме и неизопланатизм, рассмотренный ранее, связаны следующим соотношением:

$$\Delta = -\frac{\delta+\varepsilon}{1+\delta},$$

где $\varepsilon = 2\sin^2\dfrac{\sigma}{2}$ – для ламбертовского источника и $\varepsilon = 0$ для сферического источника.

Таким образом, формулы (13) и (17) тождественны, но формула (13) представляется более удобной и наглядной.

ЛИТЕРАТУРА

1. Волосов Д. С., Цивкин М. В. *Теория и расчет светооптических систем*. − М.: Искусство, 1960. − 526 с.
2. Слюсарев Г. Г. *Методы расчета оптических систем*. − Л.: Машиностроение, 1969. − 670 с.
3. *Вычислительная оптика*: Справочник / Под ред. М. М. Русинова и др. − Л.: Машиностроение, 1984. − 423 с.
4. Герцбергер М. *Современная геометрическая оптика*. − М.: Изд-во иностр. лит. 1962. − 487 с.
5. Родионов С. А.//*Опт. и спектр*. − 1979. − Т. 46 − С. 566.
6. Панов В. А., Андреев Л. Н. *Оптика микроскопов*. − Л.: Машиностроение, 1976. − 430 с.