

## **ВЛИЯНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ИНТЕРФЕРОМЕТРА НА ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ ФОРМЫ ПОВЕРХНОСТИ**

С. А. РОДИОНОВ, И. П. АГУРОК

В последнее время точность и чувствительность интерферометрических методов контроля формы оптических поверхностей [1] значительно повысились благодаря применению средств электронной регистрации интерференционной картины, автоматизации измерения координат интерференционных полос и последующей математической обработке на ЭВМ результатов измерения [2, 3, 4]. В связи с этим приобрел новую актуальность вопрос о систематических погрешностях, вызванных аберрациями оптической системы интерферометра, поскольку ранние работы [1, 5, 6], в которых рассматривались эти погрешности, не были ориентированы на современные средства анализа интерферограмм и методы описания аберраций.

В оптической системе интерферометра для контроля формы оптических поверхностей можно выделить следующие части: коллиматор, преобразующий пучок лучей, выходящий из источника и формирующий плоский или сферический волновой фронт; собственно интерферометр, включающий в себя образцовую и контролируемую поверхности, между которыми образуется интерференционная картина Ньютона, а также устройства для разделения и последующего сведения волновых фронтов; наблюдательную систему, переносящую интерференционную картину, локализованную на контролируемой поверхности, в плоскость регистрации интерферограммы. В конкретных случаях некоторые части могут отсутствовать, одна и та же оптика может в прямом ходе служить коллиматором, а в обратном — частью наблюдательной системы и т. д.

Очевидно, что аберрации оптических систем или элементов, стоящих в разделенных ветвях собственно интерферометра, например, отклонения образцовой поверхности от идеальной формы, входят в систематическую погрешность непосредственно с единичным масштабным коэффициентом, и их анализ не составляет проблемы. Более сложным является вопрос о влиянии аберраций систем, стоящих в совмещенных ветвях, коллиматора, наблюдательной системы, в том числе несопряжения плоскости регистрации с контролируемой поверхностью. Анализ этих факторов проведем на примере интерферометра Физо [1], хотя, как нетрудно показать, последующие выводы справедливы и для других схем.

Рассмотрим в укрупненном в поперечном направлении масштабе ход лучей в интерферометре (рис. 1). Интерференционная картина, наблюдаемая в плоскости регистрации ПР, определяется в каждой своей точке  $R$  разностью фаз интерферирующих волновых фронтов, пропорциональной разности  $\Delta l$  оптических длин путей, свет по которым проходит от источника  $S$  до точки  $R$ , отразившись в одном случае от образца ОП (ход соответствующего луча показан пунктиром) и в другом — от контролируемой поверхности КП (ход луча показан сплошной линией):

$$\Delta l = [SE_1] + E_1K + [KE_2S'_K R] - [SE] - [ES'_0 R] \quad (1)$$

(квадратные скобки здесь обозначают оптическую длину луча). На рис. 1 оптическая система II является коллиматором, а система I и II вместе образуют наблюдательную систему. В силу того, что образцовая и контролируемая поверхности отстоят друг от друга на расстояние  $z$  и образуют угол  $\alpha$ , ход описанных выше лучей в оптической системе не совпадает. Мы не требуем, чтобы эти поверхности были плоскими в глобальном смысле, для справедливости дальнейших выводов достаточно, чтобы они несущественно отклонялись от плоскости в пределах весьма малой области, определяемой расхождением интерферирующих лучей. Величина несопряжения контролируемой поверхности и плоскости регистрации измеряется расстоянием  $t$  от КП до локального изображения ПР', формируемого наблюдательной системой I+II в обратном ходе.

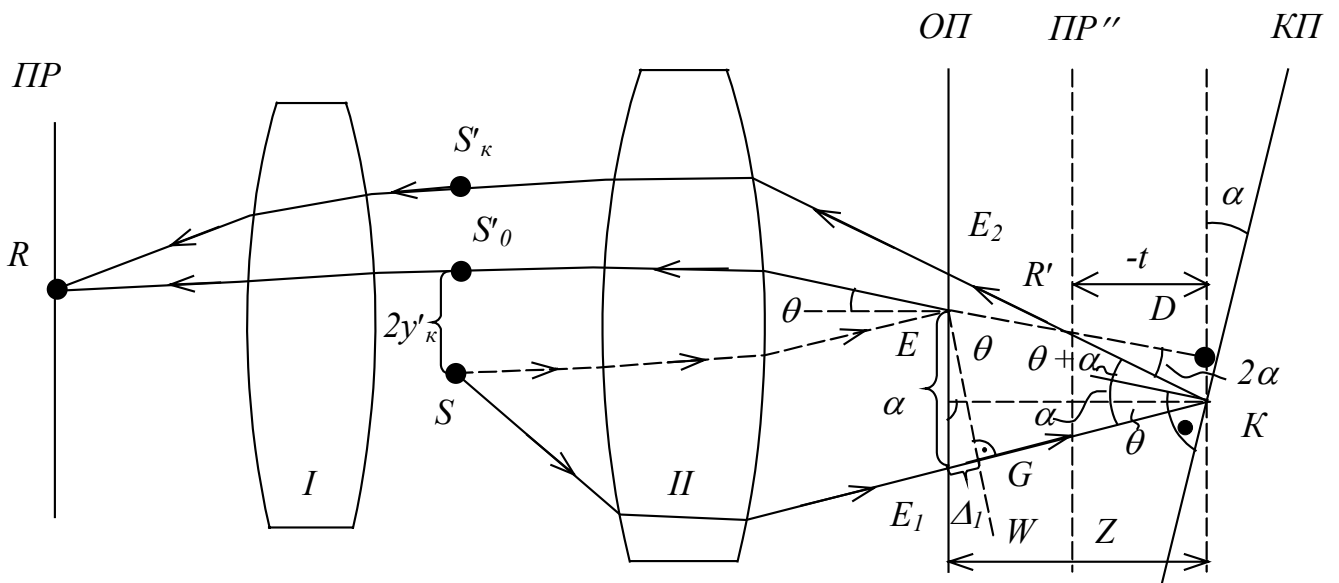


Рис. 1

Итак, в плоскости ПР регистрируется в виде интерференционной картины разность хода, определяемая формулой (1), измеряемой же величиной является удвоенное расстояние  $z$  между ОП и КП, следовательно, систематическая погрешность интерферометра представляет собой разность

$$\delta l = \Delta l - 2z = [SE_1] + E_1K + KE_2 + [E_2S'_K R] - [SE] - [ES'_0 R] - 2z. \quad (2)$$

Продолжим луч  $ES'_0$  до пересечения с лучом  $KE_2$  в точке  $R'$ . В соответствии с принципом Ферма [7] оптическая длина лучей между сопряженными точками  $R$  и  $R'$  одинакова с точностью до величин высшего порядка малости, т. е.  $[R'E_2S'_K R] = [R'ES'_0 R]$ , благодаря чему из формулы (2) получаем

$$\delta l = \{[SE_1] - [SE]\} + \{E_1K + KR' + R'E - 2z\}. \quad (3)$$

Также из принципа Ферма следует, что  $[SE_1] - [SE] = -E_1G = -\Delta_1$ , где  $G$  – точка пересечения луча  $E_1K$  с локально плоским волновым фронтом  $W$ , выходящим из коллиматора (см. рис. 1). Аберрации коллиматора приводят к наклону локального

участка волнового фронта относительно образца ОП на угол  $\theta$ . Легко получить с помощью рис. 1  $\Delta_1 = a \cdot \theta$ , а  $a = 2z\theta - 2t\alpha$  с точностью до величин высшего порядка малости по отношению к  $\theta$  и  $\alpha$ . Таким образом

$$\{[SE_1] - [SE]\} = -\Delta_1 = -(2z\theta^2 - 2t\alpha\theta). \quad (4)$$

Рассмотрим теперь второе слагаемое формулы (3). Прибавим к нему и вычтем отрезок  $DR'$  (см. рис. 1):

$$\Delta_2 = E_1K + KR' + R'E + DR' - DR' - 2z.$$

Но  $DR' + R'E = E_1K = z / \cos \theta$ ;  $KR' = \frac{-t}{\cos(\theta + 2\alpha)}$ ;  $DR' = \frac{-t}{\cos \theta}$ ; подставляя в предыдущую формулу, разлагая  $1/\cos$  в ряд Тейлора и отбрасывая члены, содержащие аргумент в степени, выше второй, получаем

$$\Delta_2 = z\theta^2 - 2t\alpha(\theta + \alpha). \quad (5)$$

Подстановка  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  из формул (4) и (5) в (3) дает

$$\delta l = -z\theta^2 - 2t\alpha^2. \quad (6)$$

Заметим, что наш вывод основан не на анализе расстояния между какими-либо волновыми фронтами, а на изучении разности оптических длин лучей, приходящих в одну и ту же точку  $R$  из точки  $S$ , поэтому формула (6) с точностью до отброшенных членов высшего порядка по отношению к  $z, t, \theta^2, \alpha^2$  автоматически учитывает все источники погрешности, в том числе и от бокового сдвига интерферирующих фронтов на  $EE_2$ .

Свяжем углы  $\theta$  и  $\alpha$  с абберациями коллиматора и деформацией контролируемой поверхности КП (включая сюда также и ее общий наклон). Как следует из теоретической оптики [7], локальный угол наклона волнового фронта, выходящего из коллиматора, равен производной от деформации этого фронта относительно идеальной формы, совпадающей с образцовой поверхностью, по координатам на этой поверхности. Учитывая произвольную ориентацию направления наклона относительно координатных осей  $x, y$  на поверхности ОП, а также то, что в формулу (6) входит только квадрат угла  $\theta$ , запишем

$$\theta^2 = \left( \frac{\partial l_0}{\partial x_0} \right)^2 + \left( \frac{\partial l_0}{\partial y_0} \right)^2, \quad (7)$$

где  $x_0, y_0$  — координаты точки на ОП,  $l_0(x_0, y_0)$  — функция, описывающая волновую абберацию коллиматора, т. е. деформацию формируемого им волнового фронта относительно ОП.

Аналогичную формулу можно записать для контролируемой поверхности, при этом необходимо учесть, что при отражении от поверхности волновой фронт отклоняется на угол  $2\alpha$ :

$$4\alpha^2 = \left( \frac{\partial l_k}{\partial x_k} \right)^2 + \left( \frac{\partial l_k}{\partial y_k} \right)^2, \quad (8)$$

где  $l(x_k, y_k)$  – функция, описывающая деформацию волнового фронта при отражении от контролируемой поверхности.

При анализе aberrаций удобно описывать их в канонических (относительных) координатах [8], которые для круглых световых габаритов выражаются следующими формулами:

$$x = \frac{x_0}{A_0} = \frac{x_k}{A_k}; y = \frac{y_0}{A_0} = \frac{y_k}{A_k}, \quad (9)$$

где  $A_0 = \frac{D_0}{2}$  и  $A_k = \frac{D_k}{2}$  – апертуры (половины световых диаметров) образцовой и контролируемой поверхностей соответственно, определяемые диаметром рабочего пучка. Очевидно, что при контроле плоских поверхностей  $A_0 = A_k$ ; для сферических поверхностей  $A_0$  и  $A_k$  могут, вообще говоря, отличаться, как показано на рис. 2.

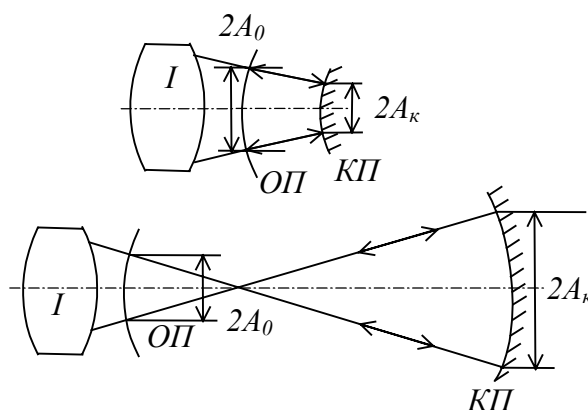


Рис.2

Кроме того, деформацию волновых фронтов (волновую aberrацию) удобно выражать в длинах волн. Обозначим за  $V(x, y)$  и  $V(x, y)$  волновую aberrацию коллиматора и контролируемой поверхности соответственно, выраженную в длинах волн, за  $\delta W$  – систематическую погрешность интерферометра, также выраженную в длинах волн, т. е.  $\delta W = \frac{\delta l}{\lambda}$ .

Тогда:

$$\frac{\partial l_0}{\partial x_0} = V'_x \frac{\lambda}{A_0}; \frac{\partial l_0}{\partial y_0} = V'_y \frac{\lambda}{A_0}; \frac{\partial l_k}{\partial x_k} = W'_x \frac{\lambda}{A_k}; \frac{\partial l_k}{\partial y_k} = W'_y \frac{\lambda}{A_k}, \quad (10)$$

где  $V'_x, V'_y, W'_x, W'_y$  – производные от соответствующих функций по каноническим координатам. Подставляя (9) и (10) в формулу (8), получим окончательное выражение для систематической погрешности:

$$\delta W = -\left[ (V'_x)^2 + (V'_y)^2 \right] \frac{z\lambda}{A_0^2} - \left[ (W'_x)^2 + (W'_y)^2 \right] \frac{t\lambda}{2A_k^2}. \quad (11)$$

Для анализа полученной формулы представим в соответствие с современной практикой волновую aberrацию  $V$  и  $W$  в виде разложения по ортогональным полиномам Цернике [7];

$$\begin{aligned} W(x, y) = & C_{00} + C_{20}R_2^0(\rho) + C_{11}\rho \cos \varphi + C_{40}R_4^0(\rho) + \\ & + C_{31}R_3^1(\rho)\cos \varphi + C_{22}\rho^2 \cos 2\varphi + C_{60}R_6^0(\rho) + \\ & + C_{51}R_5^1(\rho)\cos \varphi + C_{42}R_4^1(\rho)\cos 2\varphi + C_{33}\rho^3 \cos 3\varphi + \dots, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $C_{nm}$  – коэффициенты разложения,  $R_n^m(\rho)$  – радиальные полиномы,  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $\varphi = \arccos y / \rho$ . При этом, как известно,  $C_{00}$  определяет постоянную составляющую и поэтому не представляет интереса,  $C_{11}$  – наклон волнового фронта или поперечное смещение центра кривизны фронта,  $C_{20}$  – отклонение кривизны фронта от номинала или продольную дефокусировку,  $C_{40}$  и  $C_{60}$  – сферическую aberrацию третьего и пятого порядков,  $C_{31}$  и  $C_{51}$  – кому третьего и пятого порядков,  $C_{22}$  и  $C_{42}$  – астигматизм третьего и пятого порядков и т.д. В общем случае в разложении (12) присутствуют также синусные члены  $S_{11}\rho \sin \varphi$ ,  $S_{31}R_3^1(\rho)\sin \varphi$ ,  $S_{22}\rho^2 \sin 2\varphi$  и т. д., описывающие  $x$ -е составляющие соответствующих aberrаций. Все последующие рассуждения справедливы и для этих составляющих.

В интерферометре, как правило, имеется значительный наклон волнового фронта (коэффициент  $C_{11}$ ), причем для коллиматора  $C_{11} = \frac{y'_s (1 + \rho b) A_K}{f' \lambda}$ , для контролируемой поверхности  $C_{11}$  где  $2y'_s$  – поперечное расстояние между источником и его автоколлимационным изображением от образцовой поверхности (см. рис. 1),  $f'$  – фокусное расстояние коллиматора,  $\rho$  – кривизна эталонной поверхности (для плоскости  $\rho = 0$ ),  $b$  – расстояние от заднего фокуса коллиматора до ОП,  $N$  – число прямых полос в интерферограмме при юстировке интерферометра на полосы (обычно  $N \approx 10 \dots 20$ ).

Подставим разложение (12) в формулу (11) и представим погрешность  $\delta W$  также в виде формулы (12). В результате можно получить следующие соотношения для коэффициентов  $\delta C_{nm}$  разложения появляющейся систематической погрешности по полиномам Цернике:

$$\begin{aligned} \delta C_{11} = & q[4C_{11}(2C_{20} + C_{22} + 2C_{40}) + 8C_{31}(4C_{20} + C_{22} + 7C_{40})]; \\ \delta C_{20} = & q(8C_{20}^2 + 2C_{22}^2 + 10,5C_{31}^2 + 43,2C_{40}^2 + 6C_{11}C_{31} + 48C_{20}C_{40}); \\ \delta C_{40} = & q(7,5C_{31}^2 + 48C_{40}^2 + 32C_{20}C_{40}); \\ \delta C_{31} = & q[16C_{11}C_{40} + 8C_{31}(3C_{20} + C_{22} + 8,6C_{40})]; \\ \delta C_{22} = & q(16C_{20}C_{22} + 15C_{31}^2 + 6C_{11}C_{31} + 24C_{22}C_{40}); \\ \delta C_{60} = & q28,8C_{40}^2; \delta C_{51} = q43,2C_{31}C_{40}; \\ \delta C_{42} = & q(9C_{31}^2 + 24C_{20}C_{40}); \delta C_{33} = q12C_{22}C_{31}, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $q = -\frac{z\lambda}{A_0^2}$  или  $q = -\frac{t\lambda}{A_k^2}$  в зависимости от того, исследуется влияние аберрации коллиматора или контролируемой поверхности.

Формула (11) учитывает влияние наблюдательной системы только в виде несопряжения контролируемой поверхности с плоскостью регистрации. Нетрудно увидеть, что из других аберраций наблюдательной системы существенна только дисторсия, приводящая к неравенству канонических координат  $x, y$  на контролируемой поверхности и  $x', y'$  – в плоскости регистрации. Действительно, измеряемой характеристикой является функция  $W(x, y)$  а регистрируемой – функция  $W(x', y')$  при неравенстве координат  $x, y$  и  $x', y'$  возникает погрешность, которую в принципе легко исключить при обработке результатов, если связь координат  $x, y$  и  $x', y'$ , определяемая дисторсией, известна. Для систем с осевой симметрией эта связь определяется выражениями:

$$x' = x[1 + \Delta(\rho^2) - \Delta(1)]; y' = y[1 + \Delta(\rho^2) - \Delta(1)] \quad (14)$$

где  $\rho^2 = x^2 + y^2$ ,  $\Delta(\rho^2)$  – функция относительной дисторсии. Функция  $\Delta(\rho^2)$  может быть определена расчетом лучей (луч  $KE_2R$  – см. рис. 1) через наблюдательную систему, причем, поскольку угловые поля в интерферометрах невелики, в большинстве случаев можно ограничиться рассмотрением дисторсии третьего порядка, т. е. принять  $\Delta(\rho^2) = \frac{a_3 \rho^2}{100}$ , где  $a_3$  – величина относительной дисторсии на краю поля в процентах. Часто учетом дисторсии при обработке результатов пренебрегают, при этом важно оценить возникающую погрешность и установить допуск на дисторсию. Легко получить, что

$$\delta W(x, y) = \frac{\partial W}{\partial x} \Delta x' + \frac{\partial W}{\partial y} \Delta y', \quad (15)$$

где  $\Delta x' = x' - x$ ,  $\Delta y' = y' - y$ .

Для дисторсии третьего порядка из формул (14) и (15) имеем

$$\delta W = a_3 (\rho^2 - 1) (W'_x x + W'_y y). \quad (16)$$

Подставляя в (16) разложение  $W$  в виде формулы (12), нетрудно получить следующие соотношения для коэффициентов  $\delta C_{nm}$  разложения систематической погрешности интерферометра, вызванной дисторсией:

$$\begin{aligned} \delta C_{11} &= \frac{a_3}{100} \left( \frac{5}{3} C_{11} - \frac{31}{15} C_{31} \right); \delta C_{20} = -\frac{1,2a_3}{100} C_{40}; \delta C_{40} = \frac{2a_3}{300} C_{20}; \\ \delta C_{31} &= \frac{a_{31}}{100} \left( \frac{1}{3} C_{11} - \frac{1}{15} C_{31} \right); \delta C_{22} = \frac{a_3}{100} C_{22}; \delta C_{60} = \frac{1,2a_3}{100} C_{40}; \\ \delta C_{51} &= \frac{9a_3}{1000} C_{31}; \delta C_{42} = \frac{a_3}{200} C_{22}, \end{aligned} \quad (17)$$

где  $C_{nm}$  – коэффициенты разложения деформации волнового фронта (включая наклон), отраженного от контролируемой поверхности.

Соотношения (13) и (17) позволяют легко оценить влияние любых погрешностей оптики интерферометра и установить допуски на эти погрешности. Так, из формул (13) следует, что наибольшие ошибки вызывают сферическая аберрация, кома и астигматизм, причем допуск на эти ошибки легко установить, если в левые части формул (13) поставить допускаемые величины погрешностей (0,01–0,02 длины волны), а коэффициент  $q$  взять максимально возможным из условий работы интерферометра. Допуск на дисторсию устанавливается из формул (17). Как было сказано выше, преобладающее влияние в наборе коэффициентов  $C_{nm}$  в формуле (17) имеет  $C_{11}$ , равный количеству полос при обычной юстировке интерферометра на полосы, причем  $C_{11}=10..20$ . Примем  $C_{11}=20$ . Как следует из (17), при этом возникает погрешность в виде комы

$\delta C_{31} = \frac{a_3}{15}$ . Если допустимая величина комы равна 0,01 длины волны, то дисторсия

не должна превышать  $0,01 \cdot 15 = 0,15\%$ .

### ЛИТЕРАТУРА

1. Коломийцов Ю. В. Интерферометры. – Л.: Машиностроение, 1976. –296 с.
2. Горшков В. А., Фомин О. Н., Горлов С. Н.//ОМП. –1986 –№ 10 –С. 31-34.
3. Ган М. А. и др.//ОМП. –1978. –№ 9. –С.25-28.
4. Зверев В. А. и др.//ОМП –1978 –№ 9. –С.7-9.
5. Духопел И. И.//ОМП. –1958. –№ 3. –С.27-33.
6. Духопел И. И., Симоненко Т. В.//ОМП. –1977 –№ 11. –С.18-21.
7. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. –М.: Наука, 1970. –956 с.
8. Родионов С. А. Автоматизация проектирования оптических систем. –Л.: Машиностроение, 1982. –270 с.