

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ОПТИЧЕСКОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ

23.1. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ

Современные оптические приборы представляют собой сложные комплексы, в которых сигнал, несущий информацию об исследуемых свойствах предмета, проходит сложную цепь преобразований, включающую кроме оптической системы, такие устройства, как телевизионные системы, электронно-оптические преобразователи, модуляторы, фотоэлектрические приемники, электронные блоки и т.п. Правильная постановка задачи оценки качества оптического изображения должна базироваться на общей теории сигналов, в которой работа любых преобразователей рассматривается с единых внешних позиций, не затрагивающих физических принципов их устройства [30].

Оптическая система как преобразователь сигнала. В общей теории изображения работа любого преобразователя рассматривается как преобразование входного сигнала $I(\mathbf{x})$ в выходной сигнал $I'(\mathbf{x}')$. Сигналы есть функции от некоторых переменных \mathbf{x} и \mathbf{x}' , в общем случае векторных. Физическое содержание сигналов зависит от вида преобразователя. Для оптических систем входной сигнал – «предмет» – и выходной сигнал – «изображение» – являются оптическими пространственными двумерными сигналами, при этом \mathbf{x} и \mathbf{x}' есть двумерные векторы обобщенных координат на поверхностях предмета и изображения. Конкретное содержание координат \mathbf{x} , \mathbf{x}' и обобщенных интенсивностей I и I' зависит от типа предмета и изображения.

В оптике рассматривают два типа предмета и изображения. Для предмета или изображения ближнего типа (на конечном расстоянии от оптической системы) \mathbf{x} или \mathbf{x}' есть векторы линейных координат. Для предмета или изображения дальнего типа (бесконечно удаленного) \mathbf{x} или \mathbf{x}' – векторы угловых координат, измеряемых из некоторых полюсов, обычно совпадающих с центрами зрачков. Расстояние до предмета или изображения дальнего типа много больше диаметров зрачков оптической системы и часто принимается равным бесконечности. Изображение дальнего типа обычно воспринимается глазом, при этом расстояние до него определяется значением аккомодации.

При некогерентном освещении обобщенная интенсивность предмета любого типа есть яркость, обобщенная интенсивность изображения ближнего типа есть освещенность данной точки изображения, дальнего типа – сила света выходного зрачка в данном направлении. При этом I и I' вещественны и неотрицательны. При когерентном освещении $I(\mathbf{x})$ может быть комплексной амплитудой поля на поверхности предмета или комплексным пропусканием предмета, $I'(\mathbf{x}')$ – комплексная амплитуда поля на изображении, при частично когерентном освещении $I(\mathbf{x})$ и $I'(\mathbf{x}')$ – функции взаимной когерентности [6], в последнем случае векторы \mathbf{x} и \mathbf{x}' – четырехмерные.

Изображающий оператор и его свойства. Работу любого преобразователя можно математически представить некоторым изображающим оператором \mathbf{L} , связывающим $I(\mathbf{x})$ и $I'(\mathbf{x}')$:

$$I'(\mathbf{x}') = \mathbf{L}[I(\mathbf{x})], \text{ или } I(\mathbf{x}) \xrightarrow{\mathbf{L}} I'(\mathbf{x}'). \quad (23.1)$$

Предполагается, что оператор (23.1) удовлетворяет условию линейности:

$$\mathbf{L}\left[\sum_k I_k(\mathbf{x})\right] = \sum_k \mathbf{L}[I_k(\mathbf{x})] \quad (23.2)$$

(оптические системы можно считать вполне линейными). В этом случае оператор (23.1) есть линейный интегральный оператор

$$I'(\mathbf{x}') = \int_{-\infty}^{+\infty} \int I(\mathbf{x}) h(\mathbf{x}, \mathbf{x}') d\mathbf{x}. \quad (23.3)$$

Ядро оператора $h(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ называется в теории сигналов импульсной реакцией, применительно к спектральным приборам – аппаратной функцией, применительно к оптическим системам и аналогичным преобразователям, имеющим дело с двумерными пространственными сигналами, – функцией рассеяния точки (ФРТ).

В большинстве случаев требуют от оператора (23.3) также соблюдения условия изопланатичности (пространственной инвариантности, инвариантности к сдвигу):

$$I(\mathbf{x} - \mathbf{a}) \xrightarrow{\mathbf{L}} I'(\mathbf{x}' - \mathbf{a}'), \quad (23.4)$$

где \mathbf{a} – произвольный вектор; \mathbf{a}' связан с \mathbf{a} линейным невырожденным преобразованием

$$\mathbf{a}' = \mathbf{V}\mathbf{a} \quad (23.5)$$

Матрица \mathbf{V} описывает преобразование координат или масштабов между предметом и изображением и называется матрицей масштабных преобразований или обобщенных увеличений.

Оптические системы не являются строго изопланатическими, поэтому при их анализе поверхности предмета и изображения разбивают на ряд небольших изопланатических зон, в пределах каждой из которых отступлением от условия (23.4), так называемым неизопланатизмом, можно пренебречь. Изопланатический изображающий оператор в пределах каждой зоны имеет вид интеграла Дюамеля или свертки:

$$I'(\mathbf{x}') = \int_{-\infty}^{+\infty} \int I(\mathbf{x}) h(\mathbf{x}' - \mathbf{V}\mathbf{x}) d\mathbf{x}. \quad (23.6)$$

Здесь ФРТ является изопланатической, т. е. зависит только от разности координат $\mathbf{x}' - \mathbf{V}\mathbf{x} = \Delta\mathbf{x}'$, причем для каждой зоны ФРТ $h(\mathbf{x}')$ и матрица обобщенных увеличений \mathbf{V} будут своими.

В общем случае линейный изопланатический изображающий оператор (23.6) включает три различных преобразования: масштабное, энергетическое и структурное.

Масштабное преобразование. Изменение масштаба изображения по отношению к предмету (передача масштаба) для данной зоны описывается матрицей обобщенных увеличений \mathbf{V} : $\mathbf{x}' = \mathbf{V}\mathbf{x}$. Поворотом систем координат на предмете и изображении \mathbf{x} и \mathbf{x}' матрица \mathbf{V} всегда может быть приведена к диагональному виду $\mathbf{V} = \begin{pmatrix} v_x & 0 \\ 0 & v_y \end{pmatrix}$, при этом v_x и v_y - обобщенные увеличения в

двух взаимно перпендикулярных направлениях, $a = v_y/v_x$ - коэффициент анаморфирования. При оценке качества изображения, для упрощения формул, масштабное преобразование устраняют из оператора (23.6) тем, что координаты \mathbf{x} и \mathbf{x}' рассматривают приведенными к одному масштабу, т.е. перенесенными на одну поверхность.

Энергетическое преобразование. Энергия сигналов рассматривается в обобщенном смысле как интеграл по соответствующим координатам. Передача энергии сигнала описывается в пределах данной зоны коэффициентами H - передней обобщенной светосилой и H' - задней обобщенной светосилой, причем H' описывает передачу энергии для случая, когда координаты на предмете и изображении рассматриваются в одном масштабе:

$$H = \frac{\iint I'(\mathbf{x}') d\mathbf{x}'}{\iint I(\mathbf{x}) d\mathbf{x}}; \quad H' = \frac{\iint I'(\mathbf{x}') d(\mathbf{V}^{-1}\mathbf{x}')}{\iint I(\mathbf{x}) d\mathbf{x}} = \frac{\iint I'(\mathbf{x}') d\mathbf{x}'}{\iint I(\mathbf{x}) d(\mathbf{V}\mathbf{x})} = \frac{H}{v_x v_y}. \quad (23.7)$$

Для линейных изопланатических преобразователей обобщенные светосилы H и H' являются собственными характеристиками прибора, т. е. не зависят от входного сигнала.

Для исключения энергетических преобразований ФРТ нормируют к единичной энергии, что достигается делением ненормированной ФРТ на переднюю обобщенную светосилу H . Нормированная ФРТ удовлетворяет условию

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int h(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' = 1. \quad (23.8)$$

Преобразование структуры сигнала. Это преобразование, определяющее качество изображения, остается в чистом виде после исключения масштабных преобразований и нормирования ФРТ и описывается в соответствии с (23.6) математической операцией сверткой

$$I'(\mathbf{x}') = \int_{-\infty}^{+\infty} \int (I(\mathbf{x}) h(\mathbf{x}' - \mathbf{x})) d\mathbf{x}, \quad (23.9)$$

которая символически записывается в виде

$$I' = I \otimes h,$$

т.е. выходной сигнал есть свертка входного сигнала с функцией рассеяния (импульсной реакцией). При анализе изображения линейчатых, квазиодномерных предметов, интенсивность которых постоянна в каком-либо направлении, например не зависит от y , вместо ФРТ удобно использовать одномерную функцию рассеяния линии (ФРЛ) $s(x')$

$$s(x') = \int_{-\infty}^{+\infty} h(x', y') dy'. \quad (23.10)$$

ФРЛ удовлетворяет условию нормирования (23.8). Изображение квазиодномерного предмета также квазиодномерно (при соблюдении условий линейности и изопланатичности) и находится как свертка предмета с ФРЛ:

$$I'(x') = \int_{-\infty}^{+\infty} I(x) s(x' - x) dx. \quad (23.11)$$

Часто употребляется так называемая пограничная кривая – функция, описывающая изображение предмета в виде полуплоскости (рис. 23.1). Изображение и предмет здесь квазиодномерные, входной сигнал есть единичная функция Хевисайда $E(x)$, выходной сигнал – пограничная кривая $E'(x')$, причем $E'(x')$ есть первообразная от ФРЛ:

$$E'(x') = \int_{-\infty}^{x'} s(x) dx; \quad s(x') = \frac{\partial E'(x')}{\partial x'}. \quad (23.12)$$

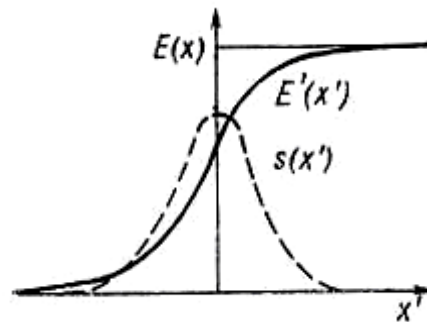


Рис. 23.1. Пограничная кривая

Функция концентрации энергии показывает, какая часть общей энергии ФРТ укладывается в круге диаметром D :

$$\Phi_{КЭ} = E_h(D) = \iint_D h(x') dx'. \quad (23.13)$$

Эквивалентная ширина ФРЛ и эквивалентный диаметр ФРТ определяются следующими соотношениями [при соблюдении условий нормирования (23.8)] (рис. 23.2):

$$a_s = \frac{1}{s(0)}; \quad a_h = \frac{2}{\sqrt{\pi \cdot h(0)}}. \quad (23.14)$$

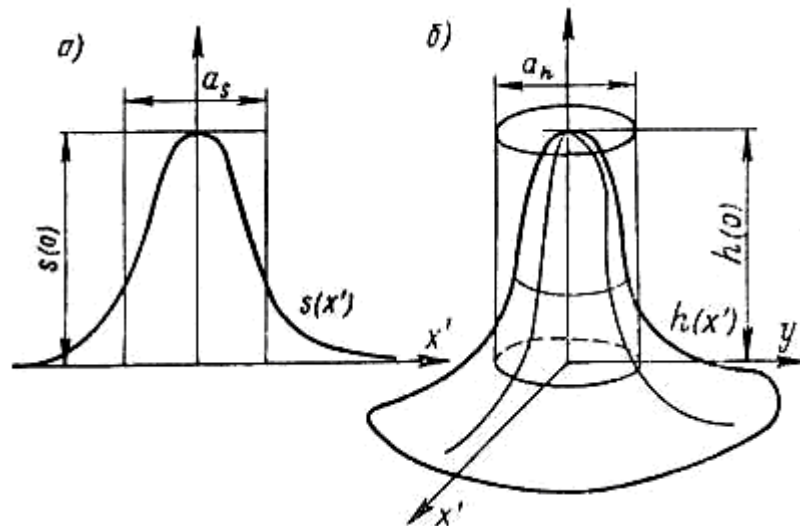


Рис.23.2. Эквивалентная ширина ФРЛ (а) и эквивалентный диаметр ФРТ (б)

Изображения предметов (входных сигналов) малой протяженности.

Если размер a предмета существенно меньше размеров ФРТ (для точечных предметов) или ФРЛ (для линейных предметов), то выходной сигнал (изображение) пропорционален ФРТ или ФРЛ, причем коэффициент пропорциональности есть энергия предмета:

$$I'(x') \approx H \cdot h(x'); \quad I'(x') \approx H \cdot s(x') \quad \text{при } a \ll a_h; \quad a \ll a_s. \quad (23.15)$$

Контраст в изображении предметов малой протяженности определяется следующей формулой:

$$k' = \frac{I'_{\max} - I'_{\min}}{I'_{\max}}, \quad (23.16)$$

где I'_{\max} , I'_{\min} – соответственно максимальное и минимальное значения интенсивности изображения. Понятие контраста имеет смысл только для неотрицательных сигналов. Чем больше k' , тем лучше видимость изображения. Контраст в изображении точечных предметов зависит от соотношения размеров предмета и функции рассеяния. В частности, для светлой точки или штриха на темном фоне

$$k'_{CB} = \frac{\alpha}{\alpha + I_{\phi}}; \quad (23.17)$$

для темной точки или штриха на светлом фоне

$$k'_T = \alpha. \quad (23.18)$$

Здесь I_{ϕ} – относительная интенсивность фона; $\alpha = (a/a_h)^2$ для точки и $\alpha = a/a_s$ для штриха.

Частотное представление преобразования структуры. Анализ преобразования структуры упрощается, если ввести в рассмотрение некоторый «эталон структуры» – периодический гармонический сигнал $I_{\sim}(x)$, характеризующийся амплитудой a , начальной фазой φ_0 , частотой ν и (для двумерных сигналов) углом ориентации θ (рис.23.3).

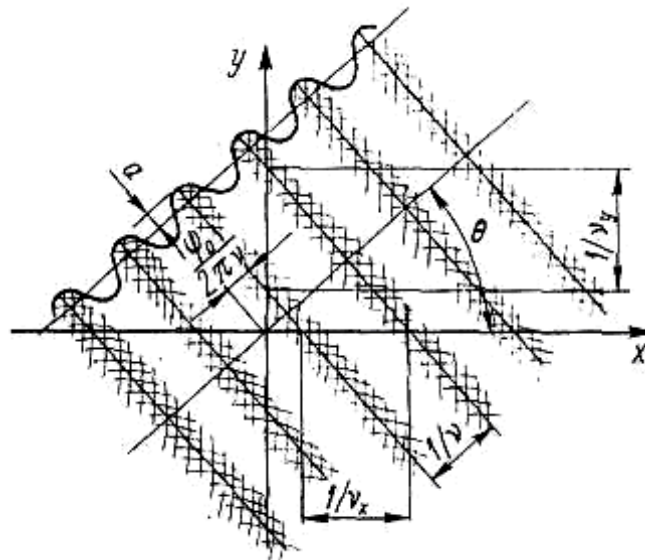


Рис.23.3. Двумерный пространственный периодический гармонический сигнал

Для двумерных пространственных сигналов v и θ объединяются в вектор пространственных частот $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} v \cos \theta \\ v \sin \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$. Размерность частот обратна размерности координат x .

Удобно применение комплексных обозначений для гармонического сигнала, при этом

$$I_{\sim}(\mathbf{x}) = g \exp[-2\pi i(\mathbf{v}, \mathbf{x})], \quad (23.19)$$

где $g = a \exp(-i\psi_0)$ – комплексная амплитуда сигнала; (\mathbf{v}, \mathbf{x}) – скалярное произведение.

Удобство применения гармонического сигнала объясняется тем, что он является собственной функцией линейного изопланатического преобразования (23.9), т.е. выходной сигнал (изображение) в этом случае также является гармоническим

$$g \exp[-2\pi i(\mathbf{v}, \mathbf{x})] \xrightarrow{L} g' \exp[-2\pi i(\mathbf{v}', \mathbf{x}')], \quad (23.20)$$

причем $\mathbf{v}' = \mathbf{V}^{-1}\mathbf{v}$, а комплексные амплитуды входного и выходного сигналов связаны соотношением

$$g' = D(\mathbf{v}) \cdot g. \quad (23.21)$$

Комплексная функция $D(\mathbf{v})$ или $D(\mathbf{v}')$ есть Фурье-преобразование [37, 30] от ФРТ и для оптических преобразователей называется оптической передаточной функцией (ОПФ):

$$D(\mathbf{v}') = F[h(\mathbf{x}')] = \int \int_{-\infty}^{+\infty} h(\mathbf{x}') \exp[2\pi i(\mathbf{v}', \mathbf{x}')] d\mathbf{x}'. \quad (23.22)$$

ОПФ выражается двумя вещественными функциями: своим модулем $T(\mathbf{v})$ – модуляционной передаточной функцией (частотно-контрастной

характеристикой) и своим аргументом $\varphi(\mathbf{v})$ – фазовой передаточной функцией (частотно-фазовой характеристикой)

$$D(\mathbf{v}) = T(\mathbf{v}) \exp[i\varphi(\mathbf{v})]. \quad (23.23)$$

Из условия нормирования (23.8) следует, что $D(0) = 1$. МПФ показывает передачу амплитуды a или коэффициента модуляции, или контраста входного гармонического сигнала (для неотрицательных сигналов), а ФПФ – его фазы (рис. 23.4)

$$k' = kT(\mathbf{v}); \quad \psi'_0 = \psi_0 + \varphi(\mathbf{v}), \quad (23.24)$$

где k и k' – соответственно модуляция или контраст предмета и изображения, определяемые формулами:

$$k = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}; \quad k' = \frac{I'_{\max} - I'_{\min}}{I'_{\max} + I'_{\min}}. \quad (23.25)$$

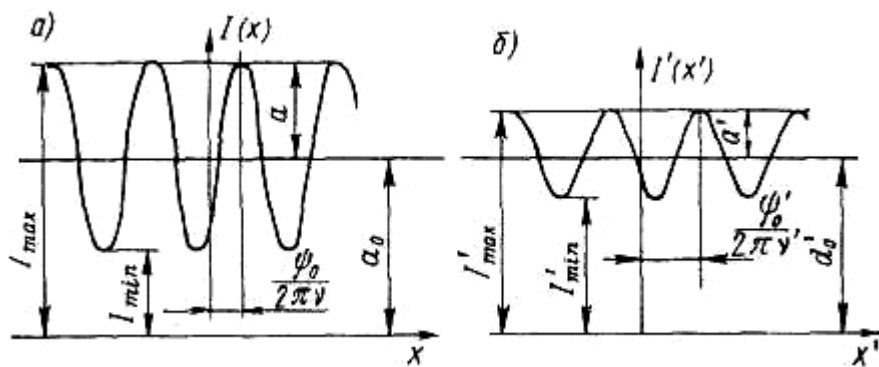


Рис.23.4. Передача неотрицательного гармонического сигнала:
а – входной сигнал (предмет); б – выходной сигнал (изображение)

Соотношение между спектрами пространственных частот предмета и изображения. Предмет и изображение, или входной и выходной сигналы, можно представить в виде суперпозиции гармонических сигналов с различными частотами и амплитудами в соответствии со следующей формулой:

$$I(\mathbf{x}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int \tilde{I}(\mathbf{v}) \exp[-2\pi i(\mathbf{v}, \mathbf{x})] d\mathbf{v} = F^{-1}[I(\mathbf{v})], \quad (23.26)$$

$$\text{аналогично } I'(\mathbf{x}') = F^{-1}[\tilde{I}'(\mathbf{v}')].$$

Функции $\tilde{I}(\mathbf{v})$ и $\tilde{I}'(\mathbf{v}')$, показывающие распределение комплексных амплитуд по гармоникам с различными частотами, называются комплексными спектрами (пространственных) частот или просто спектрами входного и выходного сигналов и находятся как Фурье-преобразования последних по формуле

$$\tilde{I}(\mathbf{v}) = F[I(\mathbf{x})] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int I(\mathbf{x}) \exp[2\pi i(\mathbf{v}, \mathbf{x})] d\mathbf{x} \quad (23.27)$$

и аналогично $\tilde{I}'(\mathbf{v}') = F[I'(\mathbf{x}')] .$

Спектры предмета и изображения связаны между собой соотношением фильтрования, которое может быть получено или из (23.21) и (23.26), или из (23.9) применением к обеим частям последнего равенства преобразования Фурье:

$$\tilde{I}'(\mathbf{v}') = \tilde{I}(\mathbf{v})D(\mathbf{v}) . \quad (23.28)$$

Соотношение фильтрования показывает, что линейный изопланатический преобразователь работает как линейный фильтр (пространственных) частот. В предыдущей формуле частоты \mathbf{v} и \mathbf{v}' должны быть приведены к одному масштабу.

Эквивалентная ОПФ каскада последовательно соединенных преобразователей находится как произведение ОПФ отдельных звеньев

$$D_{\text{ЭКВ}}(\mathbf{v}) = \prod_k D_k(\mathbf{v}) . \quad (23.29)$$

ФРТ (ФРЛ), ОПФ, полностью описывающие передачу преобразователем структуры сигнала, называются структурными передаточными характеристиками.

23.2. КРИТЕРИИ КАЧЕСТВА ИЗОБРАЖЕНИЯ

Знание описанных выше передаточных характеристик позволяет полностью промоделировать работу какого-либо преобразователя, но не позволяет непосредственно оценить качество изображения, т.е. ответить на вопрос, насколько один преобразователь лучше или хуже другого. Эту задачу решают некоторые функционалы от передаточных характеристик (ФРТ, ФРЛ, ОПФ), называемые критериями качества изображения. Мы будем рассматривать зональные критерии, оценивающие качество изображения в пределах одной изопланатической зоны. Глобальные критерии получаются как совокупность зональных для различных зон. Правильно разработанный критерий обязательно должен учитывать задачу, для решения которой формируется изображение.

Разрешение по Рэлею [21, 56]. Этот критерий определяет способность прибора изображать отдельно два близко расположенных точечных предмета и равен минимальному расстоянию σ_R между ними, при котором изображение двух точек отличимо от изображения одной точки. В зависимости от принятого правила, по которому устанавливается указанное отличие, разрешение по Рэлею может иметь различное значение. Обычно решающее правило связывают с относительной величиной ε провала в распределении интенсивности в изображении двух точек (рис. 23.5). При $\varepsilon = 0$ получаем абсолютный критерий разрешения σ_0 . Правило Рэля требует, чтобы центральный максимум в изображении одной точки приходился бы на первый минимум в изображении другой, для безабберационных оптических систем (см. стр.16) это соответствует $\varepsilon = 0,225$, следовательно, $\sigma_R = \sigma_{22,5}$. Для оптических систем

разрешение по Рэлю определяется aberrациями, а также размерами и формой зрачка. Для исключения последних удобно выражать σ_R в канонических координатах (см. с.14) при этом для круглого зрачка при отсутствии aberrаций имеем: $\sigma_0 = 0,5$; $\sigma_{22,5} = 0,61$ канонических единиц.

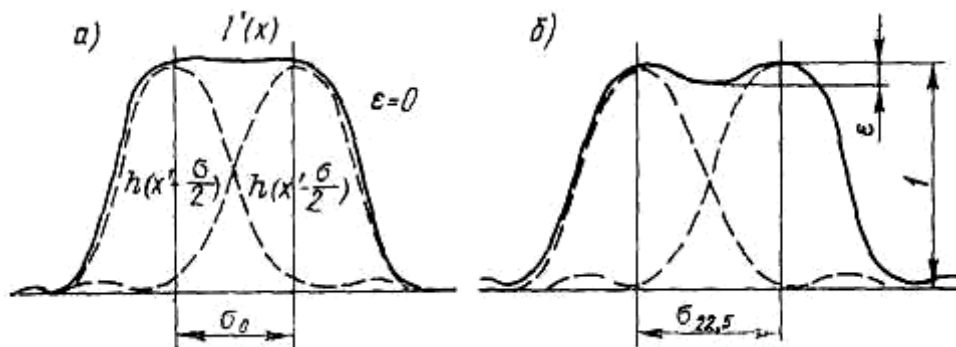


Рис.23.5. Разрешение по Рэлю:

а – абсолютный критерий разрешения; б – критерий Рэля

Разрешение по Рэлю удовлетворительно характеризует качество изображения астрономических телескопов, спектральных приборов, для которых предметами являются близко расположенные точки или линии.

Разрешающая способность по Фуко [4, 11, 30, 56]. Этот критерий применяется для оценки качества изображения фото-, теле- и кинообъективов, передающих объекты сложной структуры. Разрешающая способность R определяется как максимальная пространственная частота периодического тест-объекта, состоящего из черно-белых штрихов (миры Фуко) [21, 22, 30], в изображении которого еще различимы штрихи, и выражается в линиях на миллиметр или угловую минуту, в зависимости от типа предмета и изображения. Разрешающая способность определяется свойствами МПФ прибора, кривой контрастной чувствительности приемника изображения и контрастом объекта – миры. Обычно ее определяют для миры единичного (абсолютного) контраста. Если приемником является глаз (через вспомогательный микроскоп или телескопическую трубку), то имеют в виду визуальную разрешающую способность R_B , если фотографическая пленка – фотографическую разрешающую способность R_Φ . Обычно $R_B > R_\Phi$ (рис.23.6). Если приемником является гипотетический идеальный приемник, способный различить в изображении сколь угодно малый, отличный от нуля контраст, то имеют в виду предельную разрешающую способность R_0 , которая зависит только от МПФ прибора. Для оптических систем R_0 определяется размерами зрачка, длиной волны и aberrациями; при отсутствии aberrаций для некогерентного освещения $R_0 = 2A/\lambda$ [см. формулу (23.50)]. Недостатком разрешающей способности является ее малая корректность, т.е. слабая устойчивость к воздействию небольших изменений влияющих факторов и невысокая корреляция с истинным качеством изображения, определяемым по той задаче, для которой строится изображение.

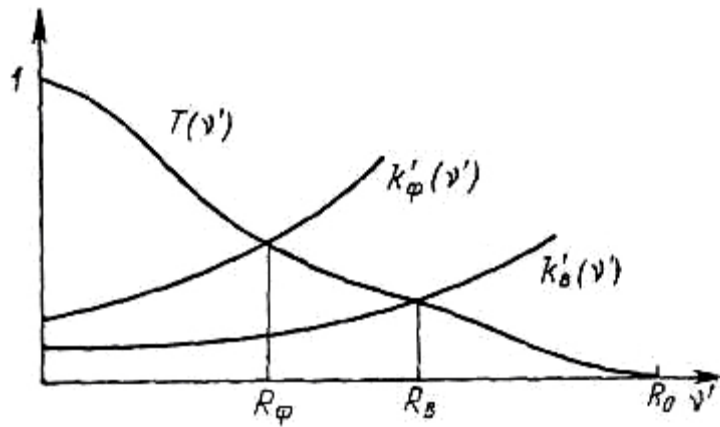


Рис.23.6. Разрешающая способность по Фуко: $T(v')$ – МПФ прибора, $k'_B(v')$, $k'_Ф(v')$ – функции контрастной чувствительности глаза и фотоматериала

Информационный критерий. Если прибор используется как канал связи, то можно применять для оценки качества изображения удельную информационную пропускную способность [30], показывающую максимальное количество информации в битах, которое может содержаться в единице площади изображения. Эта величина определяется по формуле

$$H_0 = \iint_{-\infty}^{+\infty} \log_2 \left[1 + \frac{T(\mathbf{v}')}{\Delta k'(\mathbf{v}')} \right] d\mathbf{v}', \quad (23.30)$$

где $\Delta k'(\mathbf{v}')$ – порог различия контраста приемником изображения. H_0 измеряется в битах на 1 мм^2 или в битах на 1 ср в зависимости от типа предмета или изображения.

Эмпирические критерии. Существует множество эмпирических критериев в виде функционалов от ОПФ или МПФ. Эти критерии связаны с такими качественными субъективными оценками, как четкость, резкость и т. п. [21].

Определительная яркость или четкость по Штрелю или число Штреля S есть отношение значений ФРТ в ее максимуме для данного и идеального приборов; в случае оптической системы под последним понимается система, не имеющая aberrаций:

$$S = \frac{h(0)}{h_0(0)} = \frac{\iint D(\mathbf{v}') d\mathbf{v}'}{\iint D_0(\mathbf{v}') d\mathbf{v}'}. \quad (23.31)$$

Эквивалентная полоса частот по Шаде определяется формулой

$$\nu'_e = \int_0^{\infty} |D(\nu')|^2 d\nu'. \quad (23.32)$$

Среднее значение МПФ в сюжетно важном интервале $(0, \nu'_0)$ частот [21]

$$\bar{T} = \frac{1}{\nu'_0} \int_0^{\nu'_0} |D(\nu')| d\nu'. \quad (23.33)$$

Некоторым обобщением числа Штреля можно считать критерий Саянаги [21], учитывающий МПФ $|D_R(\mathbf{v}')|$ приемника изображения,

$$S = \frac{\iint |D(\mathbf{v}')D_R(\mathbf{v}')| d\mathbf{v}'}{\iint |D_R(\mathbf{v}')| d\mathbf{v}'} \quad (23.34)$$

Линфутовские критерии. Линфут предложил оценивать качество изображения с учетом статистических свойств предмета тремя критериями: относительным структурным содержанием T , степенью корреляции Q и верностью F , причем:

$$T = \frac{\overline{I'^2(\mathbf{x}')}}{I^2(\mathbf{x})} = \frac{\iint |D(\mathbf{v})|^2 \Phi(\mathbf{v}) d\mathbf{v}}{\iint \Phi(\mathbf{v}) d\mathbf{v}}; \quad Q = \frac{\overline{I'(\mathbf{x}')I(\mathbf{x})}}{I^2(\mathbf{x})} = \frac{\iint D(\mathbf{v})\Phi(\mathbf{v}) d\mathbf{v}}{\iint \Phi(\mathbf{v}) d\mathbf{v}};$$

$$F = 2Q - I \quad (23.35)$$

где черта сверху обозначает усреднение по площади предмета или по ансамблю предметов (что эквивалентно при эргодичности предмета), $\Phi(\mathbf{v})$ – спектр Винера [33,58] предмета. Линфут предложил также относительные критерии $t = T/T_0$; $q = Q/Q_0$; $f = F/F_0$, где T_0 , Q_0 , F_0 соответствуют некоторому «эталонному» прибору. При различном выборе эталонного прибора и спектра Винера предмета из критериев (23.35) можно получить критерии (23.30)–(23.34).

Статистические критерии. Эти критерии получены на основе исследования качества решения задачи, для которой формируется изображение, с учетом погрешностей анализа изображения, вызванных шумами, например шумами приемника. В статистической теории шум считают аддитивным, гауссовым и белым. Таким образом, наблюдаемое изображение представляется в виде

$$I'(\mathbf{x}') = \int_{-\infty}^{+\infty} I(\mathbf{x})h(\mathbf{x}' - \mathbf{x})d\mathbf{x} + n(\mathbf{x}').$$

где $n(\mathbf{x}')$ – случайная функция, описывающая шум. Предполагается, что известны характеристики прибора, ФРТ $h(\mathbf{x}')$ или ОПФ $D(\mathbf{v})$, а также некоторые априорные сведения об объекте. В так называемых параметрических задачах или задачах измерительных приборов считают, что входной сигнал известен с точностью до одного или нескольких параметров $I = I(\mathbf{x}, a)$, где a – неизвестный параметр. В этом случае качество изображения оценивается по дисперсии оценки \hat{a} измеряемого параметра, полученной из анализа зашумленного изображения. В задачах различения гипотез (обнаружения, распознавания) предполагается, что входной сигнал (предмет) известен с точностью до выбора из двух альтернативных функций $I_0(\mathbf{x})$ и $I_1(\mathbf{x})$. Качество изображения оценивается по вероятности ошибки в различении этих сигналов по зашумленному изображению. В обоих случаях качество изображения

оценивается следующим функционалом – статистической разрешающей способностью

$$R_S = \int \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(\mathbf{v}) |D(\mathbf{v})|^2 d\mathbf{v}, \quad (23.36)$$

где $\Phi(\mathbf{v})$ функция задачи;

$$\Phi(\mathbf{v}) = \begin{cases} S^{-1}(\mathbf{v}) \left| \frac{\partial I(\mathbf{v})}{\partial a} \right|^2 & \text{для параметрических задач,} \\ S^{-1}(\mathbf{v}) |I_0(\mathbf{v}) - I_1(\mathbf{v})|^2 & \text{для задач различения гипотез;} \end{cases} \quad (23.37)$$

$S(\mathbf{v})$ – спектр Винера шума. Чем больше R_S , тем лучше качество изображения; дисперсия оценки параметра или вероятность ошибки различения обратно пропорциональны R_S .

23.3. СТРУКТУРА ОПТИЧЕСКОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ

В предыдущих разделах оценка качества изображения рассматривалась с внешних позиций, на основе общей теории сигналов. Полученные критерии были внешними, применимыми не только к оптическим системам, но и к любым преобразователям, входящим в оптический прибор. В настоящем разделе рассматриваются основные положения дифракционной теории оптического изображения, описывающей физические принципы, определяющие свойства изображения в оптических системах.

Факторы, определяющие структуру оптического изображения.

Оптические системы формируют изображение, перераспределяя в пространстве электромагнитное поле, исходящее от каждой точки предмета. При этом можно рассматривать либо преобразование пучка лучей, выходящего из точки предмета, либо соответствующего ему сферического волнового фронта. На структуру формируемого изображения оказывают влияние следующие факторы: ограничение размеров проходящего пучка лучей или фронта; неравномерное ослабление интенсивности пучка или фронта; нарушение гомоцентричности вышедшего пучка лучей или сферичности вышедшего волнового фронта. Все эти три фактора описываются некоторыми функциями, зависящими от координат, показывающих положение луча в пучке или точки на волновом фронте – зрачковых координат.

Зрачковые координаты. В теории изображения зрачковые координаты зависят от типа предмета и изображения и различаются на входные или передние (в пространстве предметов) и выходные или задние (в пространстве изображений).

Для предметов ближнего типа передние зрачковые координаты определяются следующим образом:

$$\mathbf{p} = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \end{pmatrix} = n \begin{pmatrix} \cos \alpha_x \\ \cos \alpha_y \end{pmatrix}, \quad (23.38)$$

где \mathbf{p} – вектор зрачковых координат; n – показатель преломления в пространстве предметов; α_x и α_y – углы, образуемые ортом q луча с осями x и y , лежащими в плоскости S_A предмета, как показано на рис.23.7,а.

Для предмета дальнего типа

$$\mathbf{p} = n \begin{pmatrix} x_P \\ y_P \end{pmatrix}, \quad (23.39)$$

где x_P, y_P – соответствующие координаты точки P пересечения луча с входной сферой S_P , проходящей через полюс O и концентричной центру A_0 зоны предмета; ось z системы координат проходит через центр зоны A_0 , как показано на рис.23.7,б. Аналогичным образом определяются и выходные зрачковые координаты. При изопланатизме справедливо соотношение

$$\mathbf{p}' = \mathbf{V}^{-1} \mathbf{p}, \quad (23.40)$$

где \mathbf{V} – матрица обобщенных увеличений (см. с. 2).

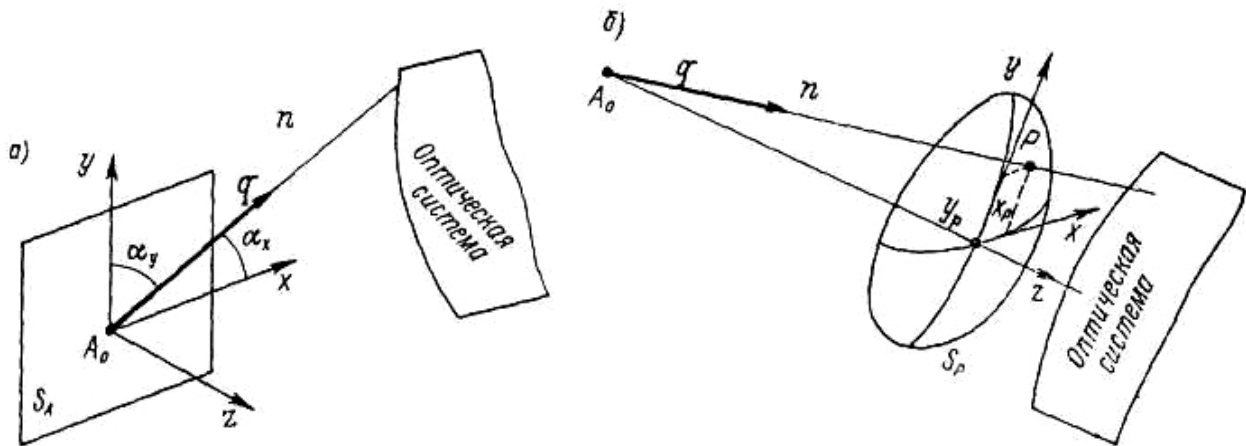


Рис.23.7. Входные зрачковые координаты для предметов ближнего и удаленного типов

Обобщенные апертуры и ограничение зрачков. Ограничение размеров проходящего пучка лучей описывается обобщенными апертурами, т.е. размерами областей зрачков Ω и Ω' в обобщенных зрачковых координатах (рис.23.8) A_x и A_y – передние, а A'_x к A'_y – задние обобщенные апертуры. В соответствии с формулой (23.40) между передними и задними апертурами существует соотношение:

$$A_x = A'_x v_x; \quad A_y = A'_y v_y. \quad (23.41)$$

Для осевой зоны центрированных оптических систем области Ω и Ω' – круги, для внеосевых точек они искажены геометрическим и абберационным виньетированием, но в большинстве случаев их можно с достаточной точностью аппроксимировать эллипсами.

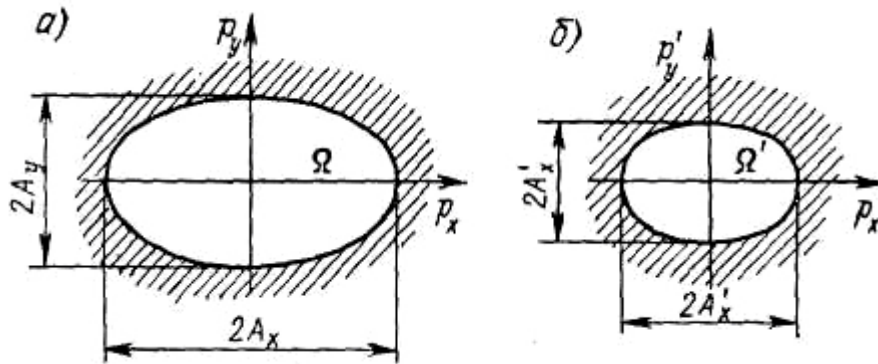


Рис.23.8. Области зрачков в обобщенных зрачковых координатах и обобщенные апертуры для входного (а) и выходного (б) зрачков

Канонические координаты. Для того чтобы исключить из анализа структуры изображения реальные размеры оптической системы, необходимо ввести канонические координаты [62].

Канонические или относительные зрачковые координаты определяются следующими соотношениями:

$$\boldsymbol{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_x \\ \rho_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_x/A_x \\ p_y/A_y \end{pmatrix}; \quad \boldsymbol{\rho}' = \begin{pmatrix} \rho'_x \\ \rho'_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p'_x/A'_x \\ p'_y/A'_y \end{pmatrix}. \quad (23.42)$$

Канонические или приведенные координаты на предмете и изображении определяются формулами:

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{pmatrix} \eta_x \\ \eta_y \end{pmatrix} = \frac{1}{\lambda} \begin{pmatrix} x A_x \\ y A_y \end{pmatrix}; \quad \boldsymbol{\eta}' = \begin{pmatrix} \eta'_x \\ \eta'_y \end{pmatrix} = \frac{1}{\lambda} \begin{pmatrix} x' A'_x \\ y' A'_y \end{pmatrix} \quad (23.43)$$

где λ – длина волны света.

Аналогично определяются канонические или приведенные пространственные частоты

$$\mathbf{s} = \begin{pmatrix} s_x \\ s_y \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} v_x/A_x \\ v_y/A_y \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} v'_x/A'_x \\ v'_y/A'_y \end{pmatrix}.$$

Из (23.40) следует что $\boldsymbol{\eta}' = \boldsymbol{\eta}$ и $\boldsymbol{\rho}' = \boldsymbol{\rho}$; кроме того, очевидно, что $|\rho_x| \leq 1$; $|\rho_y| \leq 1$. Таким образом, в канонических координатах любая оптическая система имеет единичный зрачок и единичное увеличение. Для центрированных оптических систем эллиптический зрачок в канонических координатах преобразуется в единичный круг.

В дальнейшем анализ структуры изображения будет описан в канонических координатах, для перехода к реальным, т.е. для учета размеров зрачка и длины волны, необходимо пользоваться соотношениями (23.43).

Коэффициент пропускания и аберрации. Зрачковая функция. Неравномерность ослабления интенсивности проходящих лучей описывается неотрицательной функцией пропускания $\tau(\boldsymbol{\rho})$. Нарушение гомоцентричности выходящего пучка лучей описывается двумя функциями поперечных аберраций

(в канонических координатах), показывающих отклонение точки A' пересечения луча с плоскостью изображения от точки идеального изображения A'_0 или вектором канонических поперечных aberrаций

$$\Delta\eta(\rho) = \begin{pmatrix} \Delta\eta_x(\rho) \\ \Delta\eta_y(\rho) \end{pmatrix} = \frac{1}{\lambda} \begin{pmatrix} \delta G'(\rho)/A'_x \\ \delta g'(\rho)/A'_y \end{pmatrix},$$

где $\delta G'$, $\delta g'$ – реальные поперечные aberrации, мм или рад. Нарушение сферичности выходящего волнового фронта описывается функцией волновой aberrации в канонических координатах (рис.23.9):

$$\omega(\rho) = n' \Delta l(\rho) / \lambda$$

Между этими функциями существуют следующие соотношения:

$$\frac{\partial \omega}{\partial \rho_x} = \Delta\eta_x; \quad \frac{\partial \omega}{\partial \rho_y} = \Delta\eta_y \quad \text{или} \quad \nabla_P \omega(\rho) = \Delta\eta(\rho). \quad (23.44)$$

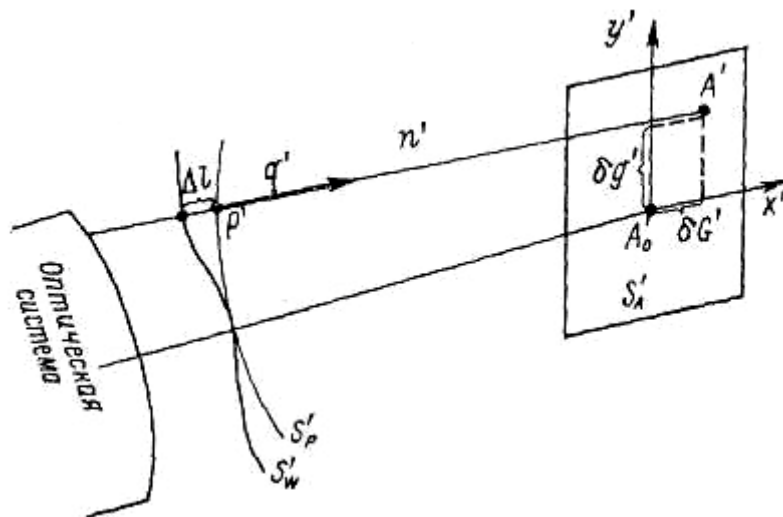


Рис.23.9. Поперечные волновые aberrации: q' – орт выходящего из оптической системы (ОС) луча; S'_P – выходная сфера сравнения; S'_ω – выходящий волновой фронт; S'_A – плоскость изображения.

Функции $\tau(\rho)$ и $\omega(\rho)$ объединяются в зрачковую функцию [6, 61, 62], показывающую полное влияние оптической системы на проходящее электромагнитное поле:

$$f(\rho) = \begin{cases} \tau^{1/2}(\rho) \exp[-2\pi i \omega(\rho)] & \text{внутри } \Omega_0; \\ 0 & \text{вне } \Omega_0, \end{cases} \quad (23.45)$$

где Ω_0 – область зрачка в канонических зрачковых координатах. Зрачковая функция совместно с апертурами A_x , A_y , A'_x , A'_y и длиной волны λ полностью определяет структуру изображения для данной зоны и является математической моделью оптической системы.

Схема прохождения поля через оптическую систему. ФРТ и ОПФ. Преобразование поля в оптической системе в канонических координатах может быть наглядно представлено так называемой схемой с двумя дифракциями [6]:

$$u(\boldsymbol{\eta}) \xrightarrow{F} u(\boldsymbol{\rho}) f(\boldsymbol{\rho}) = u'(\boldsymbol{\rho}) \xrightarrow{F^{-1}} u'(\boldsymbol{\eta}), \quad (23.46)$$

где и $u(\boldsymbol{\eta})$ – поле на предмете (комплексная амплитуда); и $u(\boldsymbol{\rho})$ – поле на входном зрачке; $u'(\boldsymbol{\rho})$ – поле на выходном зрачке; $u'(\boldsymbol{\eta})$ – поле на изображении; F – оператор Фурье-преобразования. При некогерентном освещении ФРТ оптических систем находится как квадрат модуля обратного Фурье-преобразования зрачковой функции [6, 30]:

$$h(\boldsymbol{\eta}) = \left| F^{-1}[f(\boldsymbol{\rho})] \right|^2 = \left| \iint_{\Omega_0} \tau^{1/2}(\boldsymbol{\rho}) \exp\{-2\pi i[\omega(\boldsymbol{\rho}) + (\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\rho})]\} d\boldsymbol{\rho} \right|^2. \quad (23.47)$$

ОПФ находится как автокорреляция зрачковой функции [6, 30, 61]:

$$\begin{aligned} D(\mathbf{s}) &= F[h(\boldsymbol{\eta})] = \frac{1}{\Omega_0} f(\boldsymbol{\rho}) \cdot f'(\boldsymbol{\rho}) = \\ &= \frac{1}{\Omega_0} \iint_{\Omega(s)} \tau^{1/2}(\boldsymbol{\rho}) \tau^{1/2}(\boldsymbol{\rho} - \mathbf{s}) \exp[2\pi i s V(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{s})] d\boldsymbol{\rho} \end{aligned} \quad (23.48)$$

где $sV(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{s}) = \omega(\boldsymbol{\rho}) - \omega(\boldsymbol{\rho} - \mathbf{s})$ – функция разностной волновой aberrации; \mathbf{s} – вектор канонических (приведенных) пространственных частот; $\Omega(\mathbf{s})$ – общая область двух смещенных зрачков (рис. 23.10).

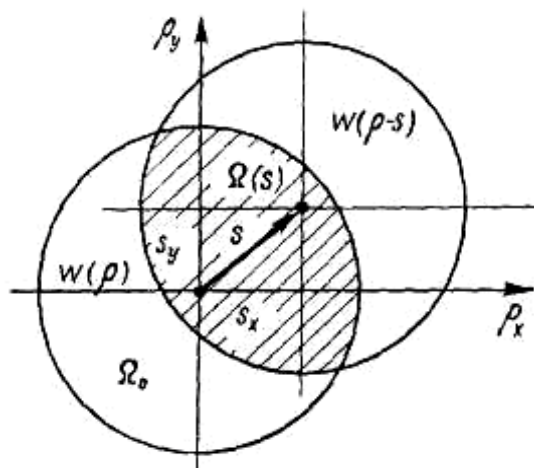


Рис.23.10. Область интегрирования при нахождении ОПФ как автокорреляции зрачковой функции

Безабберационные ФРТ и ОПФ. При отсутствии aberrаций ($\omega(\boldsymbol{\rho}) = 0$) и равномерном пропускании ($\tau(\boldsymbol{\rho}) = 1$) ФРТ и ОПФ определяются только формой зрачка, причем $D_0 = \Omega(\mathbf{s})/\Omega_0$. Для круглого зрачка

$$f_0(\rho) = \text{circ}(\rho) = \begin{cases} 1 & \text{при } |\rho| \leq 1; \\ 0 & \text{при } |\rho| > 1; \end{cases} \quad (23.49)$$

$$h_0(\eta) = \left[\frac{2J_1(2\pi\eta)}{2\pi\eta} \right]^2; \quad D_0(s) = \begin{cases} \frac{1}{2}(2\alpha - \sin 2\alpha) & \text{при } |s| \leq 2; \\ 0 & \text{при } |s| > 2, \end{cases} \quad (23.50)$$

где $\alpha = \arccos(s/2)$; J_1 – функция Бесселя 1-го порядка.

Картина ФРТ, определяемая (23.50), показана на рис.23.11 и состоит из центрального максимума, называемого диском Эри, диаметром 1,22 канонические единицы и побочных максимумов – колец с шагом 0,5 канонических единиц. Центральный максимум содержит 83,8 % всей энергии, первое кольцо – 7,2 %, второе – 2,8 %, третье – 1,4%, четвертое – 0,9 %.

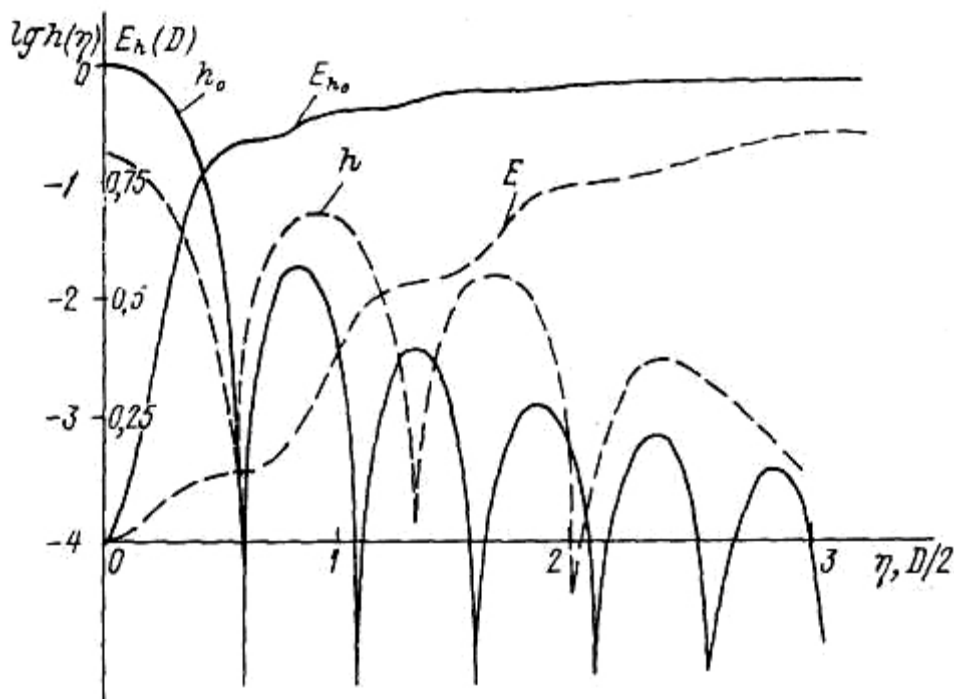


Рис.23.11. ФРТ (в логарифмическом масштабе) и ФКЭ для оптических систем с круглым каноническим зрачком: _____ - при отсутствии aberrаций; - - - - - при наличии малых aberrаций $\omega_{СКВ} = 0,2$

Безабберационная ФКЭ для круглого зрачка определяется формулой:

$$E_{h_0}(D) = 1 - J_0^2(\pi D) - J_1^2(\pi D).$$

где J_0 – функция Бесселя 0-го порядка.

Из рис.23.12 видно, что ограниченность размеров зрачка приводит к наличию граничной частоты s_0 , выше которой $D(s) = 0$. Эта граничная частота – теоретическая разрешающая способность равная 2 в канонических частотах или $2A'/\lambda$ в реальных частотах, где A' – апертура.

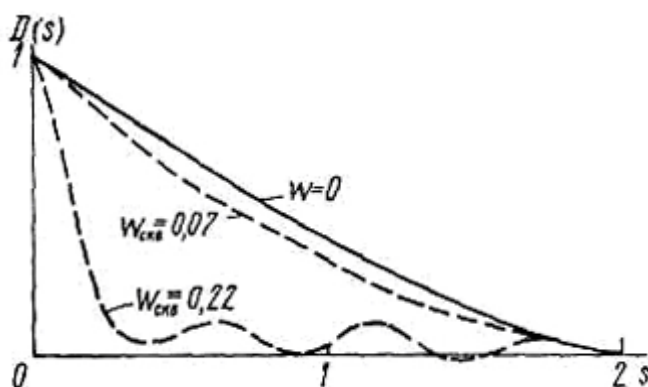


Рис.23.12. ОПФ для оптических систем с круглым каноническим зрачком:
 _____ - при отсутствии aberrаций; - - - - - при наличии малых aberrаций

Влияние центрального экранирования. Наличие центрального экранирования несколько уменьшает размер центрального максимума, но сильно уменьшает содержащуюся в нем энергию и увеличивает интенсивность колец. ФРТ в этом случае

$$h_0(\eta) = \frac{1}{(1 - \varepsilon^2)^2} \left[\frac{2J_1(2\pi\eta)}{2\pi\eta} - \varepsilon^2 \frac{2J_1(2\pi\eta\varepsilon)}{2\pi\eta\varepsilon} \right]^2. \quad (23.51)$$

Здесь ε – относительное центральное экранирование. Значения МПФ уменьшаются на средних частотах (рис. 23.13) [30].

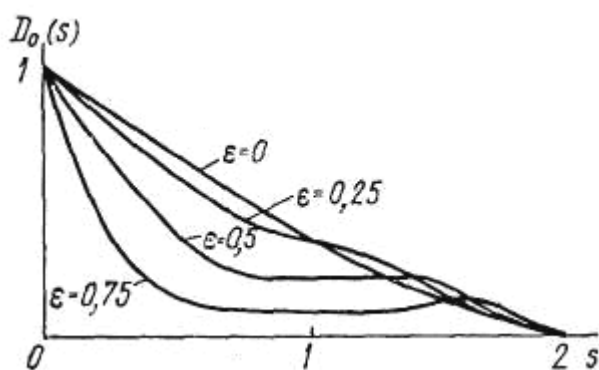


Рис.23.13. Влияние центрального экранирования на МПФ в отсутствии aberrаций

Влияние коэффициента пропускания. Увеличивающийся от центра к периферии коэффициент пропускания действует подобно центральному экранированию (рис.23.14). Напротив, коэффициент пропускания, уменьшающийся от центра к периферии, снижает интенсивность колец, увеличивает энергию, содержащуюся в центральном максимуме, несколько увеличивает его размеры и значение МПФ на низких частотах [30].

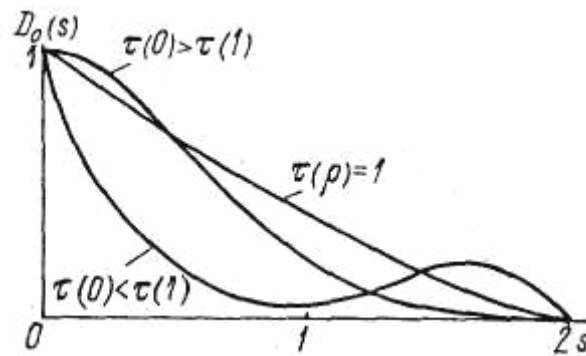


Рис.23.14. Влияние коэффициента пропускания на МПФ в отсутствие aberrаций

Влияние aberrаций. Из неравенства Буняковского-Шварца следует, что наличие любых aberrаций не может повысить МПФ по сравнению с безaberrационной, т.е. $|D(\mathbf{s})| \leq |D_0(\mathbf{s})|$. Кроме того, aberrации практически не влияют на поведение МПФ вблизи нулевой и предельной частот.

Влияние малых aberrаций на ФРТ проявляется в том, что энергия переходит из центрального максимума в кольца, при этом сначала размеры центрального максимума сохраняются, а интенсивность в центре уменьшается (см. рис.23.12). Степень влияния aberrаций в этом случае хорошо описывается числом Штреля, определенным формулой (23.31). Причем при малых aberrациях S не зависит от вида aberrаций, а определяется только среднеквадратической волновой aberrацией (формула Марешаля) [30]

$$S \approx 1 - (2\pi\omega_{CKB})^2 = 1 - 4\pi^2 E. \quad (23.51a)$$

Здесь ω_{CKB} – среднеквадратическая волновая aberrация;

$E = \omega_{CKB}^2 = \tilde{\omega}^2 - (\tilde{\omega})^2$ – дисперсия волновой aberrации, где $\tilde{\omega} = \frac{1}{\Omega_0} \iint_{\Omega_0} \omega(\mathbf{p}) d\mathbf{p}$;

$$\tilde{\omega}^2 = \frac{1}{\Omega_0} \iint_{\Omega_0} \omega^2(\mathbf{p}) d\mathbf{p}.$$

Принято считать, что при $S > 0,8$ влияние aberrаций незаметно на глаз, отсюда следует марешалевский допуск на остаточную aberrацию:

$$E \leq 1/196 \text{ или } \omega_{CKB} \leq 1/14. \quad (23.52)$$

Марешалевский допуск является уточнением рэлеевского допуска или критерия Рэлея по отношению к остаточным aberrациям, который выражается формулой $|\omega(\mathbf{p})| \leq 0,25$ [30, 56].

Влияние малых aberrаций на МПФ проявляется, прежде всего, на средних частотах, $|s| \approx 1$. Уменьшение МПФ по сравнению с безaberrационной выражается приближенной формулой, аналогичной (23.51)

$$T(\mathbf{s}) = T_0(\mathbf{s}) \left[1 - 2\pi^2 (sV_{CKB})^2 \right], \quad (23.53)$$

$$\text{где } (sV_{CKB})^2 = \frac{1}{\Omega(\mathbf{s})} \iint_{\Omega(\mathbf{s})} sV^2(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{s}) d\boldsymbol{\rho} - \left[\frac{1}{\Omega(\mathbf{s})} \iint_{\Omega(\mathbf{s})} sV(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{s}) d\boldsymbol{\rho} \right]^2 - \text{ дисперсия}$$

разностной волновой аберрации.

При увеличении аберраций сходство ФРТ с безаберрационной теряется и ее форма определяется картиной поперечных аберраций, однако при любых значениях аберраций сохраняется дифракционный узор с частотой, равной примерно 2 в канонических координатах. Если пренебречь им, то при больших аберрациях ФРТ может быть определена в геометрическом приближении, не учитывающем дифракцию:

$$h_g(\boldsymbol{\eta}) = \det^{-1}[\partial\Delta\boldsymbol{\eta}(\boldsymbol{\rho})/\partial\boldsymbol{\rho}]. \quad (23.54)$$

Формула для геометрической ОПФ имеет вид [64]

$$D_g(\mathbf{s}) = \frac{1}{\Omega_0} \iint_{\Omega_0} \tau(\boldsymbol{\rho}) \exp[2\pi i(\Delta\boldsymbol{\eta}(\boldsymbol{\rho}), \mathbf{s})] d\boldsymbol{\rho}, \quad (23.55)$$

где $\Delta\boldsymbol{\eta}(\boldsymbol{\rho})$ – вектор поперечных аберраций в канонических координатах. Геометрическое приближение справедливо на низких пространственных частотах, для $\mathbf{s} \ll 0,4$. Еще более приближенная формула выражает МПФ через среднеквадратические значения поперечных аберраций:

$$T_g(\mathbf{v}') \approx 1 - 2\pi^2 [(\delta G'_{CKB} v'_x)^2 + (\delta g'_{CKB} v'_y)^2]. \quad (23.56)$$

Эта формула справедлива при $|\delta G'_{CKB} v'_x| \ll |\delta g'_{CKB} v'_y| \ll 1$.

Дифракционно- и геометрически ограниченные оптические системы.

В зависимости от рабочего интервала пространственных частот, определяемого приемником изображения, оптические системы разделяются на два класса. Дифракционно ограниченные оптические системы имеют рабочий интервал частот, превышающий половину от предельной, $|s| > 1$ в канонических частотах. Качество изображения в таких системах определяется в основном явлениями дифракции и непосредственно зависит от отношения апертуры к длине волны (A'/λ); остаточные аберрации должны оцениваться по формулам (23.51), (23.53) и критерию Марешаля (23.52). К дифракционно ограниченным, в частности, относятся все визуальные системы.

К геометрически ограниченным относятся оптические системы, рабочий интервал частот для которых не превосходит 0,5 в канонических частотах (или $0,5A'/\lambda$ в реальных). Качество изображения таких систем определяется картиной поперечных аберраций и непосредственно не зависит от длины волны и апертуры. Последняя выбирается из требований обеспечения светосилы. ФРТ и ОПФ могут рассчитываться по формулам (23.54), (23.55), степень коррекции оценивается поперечными аберрациями. К таким системам относятся, в частности, светосильные кино-, фото- и телевизионные объективы.