

## АППРОКСИМАЦИЯ АБЕРРАЦИЙ ОСЕВОГО ПУЧКА

Н. Б. ВОЗНЕСЕНСКИЙ, С. А. РОДИОНОВ

Описываются принципы и математический аппарат аппроксимации aberrаций оптических систем с использованием совместно всех результатов, получаемых из расчета лучей – волновой и поперечных aberrаций, а также производных волновой aberrации различных порядков. Это позволяет существенно сократить количество лучей, которое необходимо рассчитать для полного описания aberrаций оптических систем.

Автоматизированный анализ качества изображения оптических систем включает в себя как необходимый этап аппроксимацию aberrаций – представление функции aberrаций в виде разложения по некоторому базису. Рационально взять в качестве базиса для разложения волновой aberrации осевого пучка полиномы Цернике  $Q_n^0(t)$ , ортогональные на отрезке  $(0, 1)$ , где  $t = \rho^2$ ,  $\rho$  – каноническая координата на зрачке.

Для анализа aberrаций достаточно сложных систем необходимо не менее 4 коэффициентов разложения и соответственно нужно рассчитать не менее 4 лучей. Количество лучей можно существенно сократить, если использовать при аппроксимации не только значения волновой aberrации, но и другие данные, получаемые при расчете каждого луча: поперечные aberrации и вторые производные волновой aberrации по координате на зрачке [1]. Кроме того, полезно воспользоваться дополнительными данными: расфокусировкой и aberrациями третьего порядка. Чтобы проиллюстрировать связь этих величин с волновой aberrацией, представим последнюю в виде разложения по степеням  $t$ :

$$\omega(t) = a_{00} + a_{20}t + a_{40}t^2 + a_{60}t^3 + \dots \quad (1)$$

Тогда первая и вторая производные по  $t$  в точке  $\rho = 0$  определяются так:

$$\omega'_t(0) = a_{20} + 2a_{40}t + 3a_{60}t^2 + \dots \Big|_{t=0} = a_{20},$$

$$\omega''_{tt}(0) = 2a_{40} + 6a_{60}t + \dots \Big|_{t=0} = 2a_{40}.$$

Коэффициент  $a_{20}$  определяет расфокусировку, а коэффициент  $a_{40}$  – сферическую aberrацию III порядка. В точке  $\rho = 0$  получаем:  $\omega(0) = 0$ ,  $\omega'_t(0) = k_1 \Delta S'$ ,  $\omega''_{tt}(0) = k_2 S_I$  ( $\Delta S$  – расфокусировка,  $S_I$  – первая сумма Зейделя,  $k_1 = A'_0 / \lambda n'$ ,  $k_2 = -\lambda/4$ , где  $A'_0$  – задняя апертура,  $n'$  – показатель преломления в пространстве изображения,  $\lambda$  – длина волны). Теперь для определения, например, 6-ти коэффициентов Цернике достаточно рассчитать один реальный луч на высоте  $\rho = 1$ , что очень удобно, так как этот луч необходим еще и для определения габаритов оптической системы. При расчете этого луча получаем:  $\omega(1)$ ,  $\omega'_t(1)$ ,  $\omega''_{tt}(1)$ .

Составим систему линейных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^n c_j Q_{j-1}^0(t_i) &= \omega(t_i), \\ \sum_{j=1}^n c_j \frac{dQ_{j-1}^0}{dt}(t_i) &= \omega'(t_i), \\ \sum_{j=1}^n c_j \frac{d^2 Q_{j-1}^0}{dt^2}(t_i) &= \omega''(t_i). \end{aligned} \right\} i = 1, n/3. \tag{2}$$

В матричном виде система запишется так:

$$\mathbf{AC} = \mathbf{W}, \tag{3}$$

где матрица  $\mathbf{A}$  состоит из трех подматриц размерности  $n/3 \times n$ , содержащих значения  $n$  полиномов  $Q$ , их первых и вторых производных по  $t$  в  $n/3$  точках. Аналогично вектор правых частей  $\mathbf{W}$  состоит из трех столбцов длиной  $n/3$  каждый, содержащих значения волновой aberrации  $\omega$  и ее первых  $\omega'$  и вторых  $\omega''$  производных.

Решение системы (3), записанное в матричном виде  $\mathbf{C} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{W}$ , дает вектор неизвестных коэффициентов разложения  $c_j$ . Матрица  $\mathbf{A}^{-1}$  может быть рассчитана заранее для фиксированных точек по  $t$ . Для аппроксимации шестью полиномами Цернике (до 9-го порядка aberrаций) требуется расчет одного реального луча плюс данные точки на оси (расфокусировка и  $S_I$ ). Кроме того, можно дополнить систему (3) еще одним уравнением для  $\omega'''(1)$ . Эта величина определяется из расчета инварианта комы [2, 3]. Добавив к системе (3) уравнение вида:

$$\sum_{j=1}^n c_j \frac{d^3 Q_{j-1}^0}{dt^3}(1) = \omega'''(1), \tag{4}$$

получим систему относительно семи неизвестных коэффициентов Цернике (до 11 порядка aberrаций).

Способы аппроксимации	Коэффициенты Цернике					
	$c_{20}$	$c_{40}$	$c_{60}$	$c_{80}$	$c_{100}$	$c_{120}$
Без III производной	0,0135	0,1501	0,0127	-0,0462	-0,0068	0,0
С III производной	0,0135	0,1464	0,0127	-0,0444	-0,0068	-0,0003

В качестве примера в таблице приведены значения коэффициентов (в длинах волн) разложения по полиномам Цернике волновой aberrации фотообъектива ( $f' = 46,6 \text{ мм}$ ,  $D : f' = 1:1,4$ ). Даны результаты аппроксимации по двум способам: без уравнения (4) и с ним. На рисунке приведены графики поперечной aberrации, полученные: а) точным расчетом лучей (100 шт.); б) из

аппроксимации без III производной; в) из аппроксимации с III производной. Видно, что ошибка аппроксимации невелика как по первому, так и по второму способу.

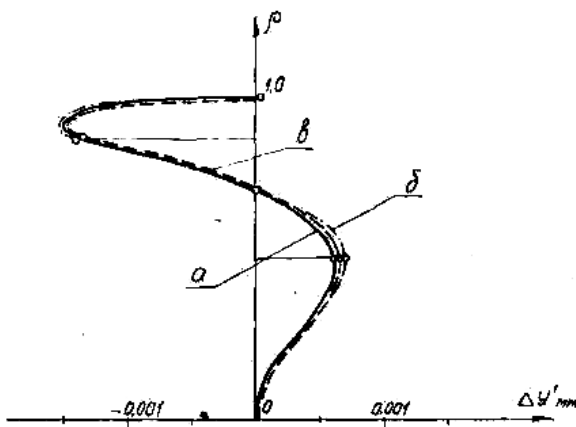


Рис. 1.

Можно сделать следующие выводы: во-первых, для аппроксимации aberrаций осевого пучка сложных оптических систем достаточно рассчитать только один реальный луч; во-вторых, разложение до 9-го порядка полностью описывает aberrации таких систем, причем при необходимости можно получить без дополнительных затрат разложение до 11-го порядка aberrаций.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Родионов С. А., Вознесенский И. Б. Аппроксимация aberrаций оптических систем с использованием значений волновых, поперечных и продольных aberrаций. – Изв. вузов СССР – Приборостроение, 1979, т. 22, № 6.
2. Русинов М. М. Техническая оптика. – Л.: Машиностроение, 1979.
3. Герцбергер М. Современная геометрическая оптика. – М.: ИЛ, 1962.