ФИЛЬТРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ЧАСТОТ ОПТИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ В СЛУЧАЕ НЕИЗОПЛАНАТИЗМА

С. А. Родионов

Получено выражение, описывающее фильтрование пространственных частот неизопланатическими оптическими системами, показывающее, что спектр частот изображения есть сумма членов, каждый из которых получен фильтрованием n-й производной спектра объекта по частоте, причем фильтром является n-я производная от оптической передаточной функции по смещению предмета.

Теория оптического изображения [1-4] базируется на свойствах линейности, а также изопланатичности (пространственной инвариантности) изображающего оператора L, описывающего работу оптического прибора

$$I(\mathbf{x}-\mathbf{a}) \xrightarrow{L} I'(\mathbf{x}'-\mathbf{a}') \tag{1}$$

где $I(\mathbf{x})$ и $I'(\mathbf{x}')$ – обобщенные функции предмета и изображения, $\mathbf{x}$ и $\mathbf{x}'$ – векторы обобщенных координат на поверхностях предмета и изображения [5], $\mathbf{a}$, $\mathbf{a}'$ – векторы смещений.

Изопланатический изображающий оператор есть свертка предмета с функцией рассеяния точки (ФРТ) $h(\mathbf{x}'-\mathbf{x})$, а в частотной области работа оптической системы описывается «соотношением фильтрования»

$$\widetilde{I}'(\mathbf{v}') = \widetilde{I}(\mathbf{v}')D(\mathbf{v}') \tag{2}$$

где $\widetilde{I}(\mathbf{v}')$, $\widetilde{I}'(\mathbf{v}')$ – спектры пространственных частот предмета и изображения, $D(\mathbf{v}')$ – оптическая передаточная функция (ОПФ), определяема» как Фурье-образ ФРТ. Здесь и далее для простоты предполагается, что масштабы предмета и изображения одинаковы, т. е. прибор имеет единичное увеличение.

К сожалению, в оптических системах редко соблюдается условие изопланатизма (1), особенно при наличии таких часто встречающихся аберраций, как кома, хроматизм увеличения и т. п., поэтому, строго говоря, соотношение фильтрования (2) и основанное на нем понятие ОПФ имеют ограниченное применение к оптическим системам.

В случае неизопланатизма ФРТ зависит не только от разности координат **x'–x,** но и от координаты предмета **x**

$$\mathit{ФРТ} = h(\mathbf{x},\mathbf{x}'-\mathbf{x}) \tag{3}$$

В ранней работе автора [6] было получено выражение, описывающее передачу пространственных частот в общем случае неизопланатизма,

$$\widetilde{I}'(\mathbf{v}') = \int_{-\infty}^{+\infty} \widetilde{I}(\mathbf{v}'-\mathbf{v})D(\mathbf{v},\mathbf{v}')d\mathbf{v} \tag{4}$$

где $D(\mathbf{v},\mathbf{v}')$ – так называемая «неизопланатическая ОПФ», полученная как Фурье-преобразование неизопланатической ФРТ (3) по переменным $\mathbf{x}$ и $\Delta\mathbf{x}'=\mathbf{x}'-\mathbf{x}$, ν – «пространственная частота неизопланатизма»

$$D(\mathbf{v},\mathbf{v}') = F[h(\mathbf{x},\Delta\mathbf{x}')] = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\!\!\int h(\mathbf{x},\Delta\mathbf{x}')\exp\{2\pi i[\mathbf{v}^T\mathbf{x} + \mathbf{v}'^T\,\Delta\mathbf{x}']\}d\mathbf{x}d\Delta\mathbf{x} \qquad (5)$$

где F – оператор Фурье-преобразования.

Однако выражение (4) менее удобно и наглядно, чем соотношение фильтрования (2), кроме того, понятие частоты неизопланатизма ν не имеет простого физического смысла, поэтому желательно получить более простой аналог соотношения фильтрования при неизопланатизме.

Рассмотрим сначала одномерный случай, при этом x, x', ν, ν' – скаляры. Представим $D(\nu,\nu')$ в виде

$$D(\nu,\nu') = F_x[D(x,\nu')] = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} D(x,\nu')\exp(2\pi i\nu^T x)dx \qquad (6)$$

где

$$D(x,\nu') = F_{\Delta x'}[h(x,\Delta x')] = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} h(x,\Delta x')\exp(2\pi i\nu'\Delta x')d\Delta x' \qquad (7)$$

функция, показывающая зависимость обычной ОПФ от координаты x точки предмета, для которой она определяется, относительно центра данной зоны. Представим $D(x,\nu')$ в виде ряда Тейлора по переменной x в окрестности точки $x=0$, т. е. центра зоны

$$D(x,\nu') = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{\partial^n D(0,\nu')}{\partial x^n}\frac{x^n}{n!} \qquad (8)$$

где $\dfrac{\partial^n D(0,\nu')}{\partial x^n}$ – n-я производная ОПФ по координате предмета. (Под производной нулевого порядка понимаем саму функцию).

Подставляя (8) в (6) и затем в (4), получим

$$\tilde{I}'(\nu') = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\tilde{I}(\nu-\nu')\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\partial^n D(0,\nu')}{\partial x^n}\frac{x^n}{n!}\exp(2\pi i\nu x)dxd\nu =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty}\frac{\partial^n D(0,\nu')}{\partial x^n}\frac{1}{n!}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\!\!\int\tilde{I}(\nu'-\nu)x^n\exp(2\pi i\nu x)dxd\nu$$

так как $\dfrac{\partial^n D(0,\nu')}{\partial x^n}$ не зависит от переменных интегрирования x и ν.

Меняя порядок интегрирования, получим

$$\tilde{I}(\nu') = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{\partial^n D(0,\nu')}{\partial x^n}\frac{1}{n!}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}x^n\left[\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\tilde{I}(\nu'-\nu)\exp(2\pi i\nu x)d\nu\right]dx$$

Рассмотрим внутренний интеграл. Легко увидеть, что

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{I}(\nu'-\nu)\exp(2\pi i \nu x)d\nu = I(x)\exp(2\pi i \nu' x),$$

где $I(x)$ – функция предмета, Фурье – прообраз $\tilde{I}(\nu)$. Тогда

$$\tilde{I}'(\nu') = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial^n D(0,\nu')}{\partial x^n} \frac{1}{n!} \int_{-\infty}^{+\infty} x^n I(x)\exp(2\pi i \nu' x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial^n D(0,\nu')}{\partial x^n} \frac{1}{n!} F[x^n I(x)]$$

В соответствии со свойствами Фурье-преобразования [1-4]

$$F[x^n I(x)] = (2\pi i)^{-n} \frac{\partial^n \tilde{I}(\nu')}{\partial \nu'^n}$$

где $\tilde{I}(\nu') = F[I(x)]$, таким образом, получаем окончательное выражение

$$\tilde{I}(\nu') = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2\pi i)^n n!} \frac{\partial^n D(0,\nu')}{\partial x^n} \frac{\partial^n \tilde{I}(\nu')}{\partial \nu'^n} \qquad (9)$$

Формула (9) и есть обобщение соотношения фильтрования (2) на случай неизопланатизма; она наглядно показывает, что спектр частот изображения представляет собой сумму, каждый член которой получен фильтрованием *n*-й производной по частоте спектра предмета, причем фильтром является *n*-я производная от ОПФ по смещению предмета.

Если соблюдается условие изопланатизма (1), то $D(x,\nu') = D(\nu')$, не зависит от положения предмета *x,* и поэтому $\dfrac{\partial^n D(0,\nu')}{\partial x^n} = 0$ для всех *n*, кроме $n = 0$. При этом формула (9) переходит в обычное соотношение фильтрования (2).

Вообще говоря, соотношение (9) справедливо только при аналитичности функций $D(x,\nu')$ по *x* и $\tilde{I}(\nu')$ по ν'. Однако если предмет имеет ограниченные размеры, а в реальных оптических системах поле зрения всегда ограничено, то $I(x)$ – финитная функция, и в соответствии с теорией Винера-Пэли [7] ее спектр $\tilde{I}(\nu')$ – аналитическая функция. Ниже будет показано, что для оптических систем $D(x,\nu')$ – также аналитическая функция. Таким образом, формула (9) верна во всех физически реализуемых случаях.

В двумерном случае аналогичными рассуждениями получаем

$$\tilde{I}'(\nu'_1,\nu'_2) = \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial^{(m+n)} D(0,0,\nu'_1,\nu'_2)}{\partial x_1^m \partial x_2^n} \frac{\partial^{(m+n)} \tilde{I}(\nu'_1,\nu'_2)}{\partial \nu'^m_1 \partial \nu'^n_2} \frac{1}{(2\pi i)^{m+n}(m+n)!} \qquad (10)$$

где x_1, x_2, ν'_1, ν'_2 – проекции векторов *x* координат предмета и ν' – пространственных частот.

Полезным свойством, способствующим практическому применению формул (9), (10), является простота получения производных ОПФ, входящих в них, для оптических систем. Известно [1,3,4], что ОПФ оптических систем выражается через автокорреляцию зрачковой функции

$$D(\nu') = \frac{1}{H'}\iint\limits_{-\infty}^{+\infty} f(\mathbf{p}')f^*(\mathbf{p}'+\mathbf{v}'\lambda)d\mathbf{p}' \tag{11}$$

где звездочка обозначает комплексное сопряжение, λ – длина волны, **p'** – зрачковые координаты, H' – задняя светосила, $H' = \iint |f(\mathbf{p}')|^2 d\mathbf{p}'$, $f(\mathbf{p}')$ – зрачковая функция,

$$f(\mathbf{p}') = \begin{cases} \tau^{1\backslash 2}(\mathbf{p}')\exp[ik\omega(\mathbf{p}')] & \text{внутри } \Omega' \\ 0 & \text{вне } \Omega' \end{cases} \tag{12}$$

В предыдущей формуле $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число, $\omega(\mathbf{p}')$ – аберрационная функция, $\tau(\mathbf{p}')$ – коэффициент энергетического пропускания, Ω' – область зрачка.

В работах [8,9] показано, что при соответствующем выборе аберрационной функции и зрачковых координат производные аберрационной функций по координатам предмета **x,** т. е. неизопланатизм, просто выражаются через преобразование зрачковых координат

$$\frac{\partial\omega(0,\mathbf{p}')}{\partial\mathbf{x}} = V^T\mathbf{p}' - \mathbf{p} \tag{13}$$

где $\frac{\partial\omega(0,\mathbf{p}')}{\partial\mathbf{x}} = \mathbf{V}_x\omega = \begin{pmatrix} \frac{\partial\omega}{\partial x_1} \\ \frac{\partial\omega}{\partial x_2} \end{pmatrix}$ – вектор производных аберрационной функции (градиент) по координатам предмета, **p’**, **p** – векторы входных и выходных зрачковых координат [8], **V** – матрица обобщенных увеличений [10], T – индекс транспонирования.

Дифференцируя (11) по **x** в предположении, что Ω’ и $\tau(\mathbf{p}')$ не зависят от **x,** получим

$$\frac{\partial^{(m+n)}D(0,\mathbf{v}')}{\partial x_1^m \partial x_2^n} = \frac{(ik)^{m+n}}{H'}\iint\left[\frac{\partial\omega(\mathbf{p}')}{\partial x_1} - \frac{\partial\omega(\mathbf{p}'+\mathbf{v}'\lambda)}{\partial x_1}\right]^m \times$$
$$\times\left[\frac{\partial\omega(\mathbf{p}')}{\partial x_2} - \frac{\partial\omega(\mathbf{p}'+\mathbf{v}'\lambda)}{\partial x_2}\right]^n f(\mathbf{p}')f^*(\mathbf{p}'+\mathbf{v}'\lambda)d\mathbf{p}' \tag{14}$$

где $\frac{\partial\omega}{\partial x_1}$ и $\frac{\partial\omega}{x_2}$ определяются из (13).

Для многих так называемых геометрически - ограниченных оптических систем вместо (11) можно пользоваться для ОПФ геометрическим приближением, не учитывающим дифракцию [11].

$$D(\mathbf{v}') = \frac{1}{H'}\iint\limits_{\Omega'} \tau(\mathbf{p}')\exp[2\pi i(\Delta\mathbf{x}'^T(\mathbf{p}')\mathbf{v}')]d\mathbf{p}' \tag{15}$$

где $\Delta\mathbf{x'}(\mathbf{p'})$ – вектор поперечных аберраций, равный градиенту аберрационной функции ω по зрачковым координатам

$$\Delta\mathbf{x'}(\mathbf{p'}) = \nabla_{p'}\omega = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial\omega}{\partial p'_1} \\ \dfrac{\partial\omega}{\partial p'_2} \end{pmatrix} = \frac{\partial\omega}{\partial\mathbf{p'}} \tag{16}$$

Дифференцируя (15) по $\mathbf{x}$ с учетом (16) и (13), получим

$$\frac{\partial^{(m+n)}D(0,\mathbf{v'})}{\partial x_1^m \partial x_2^n} = \frac{(2\pi i)^{m+n}}{H'} \iint_{\Omega'} g_1^m g_2^n \tau(\mathbf{p'}) \exp[2\pi i \Delta\mathbf{x'}^T(\mathbf{p'})\mathbf{v'}] d\mathbf{p'} \tag{17}$$

где g_1, g_2 – проекции некоторого вектора g, определяемого формулой

$$g = [(\mathbf{VP}^T)^{-1} - \mathbf{I}]\mathbf{Vv'} \tag{18}$$

где $\mathbf{P}$ – матрица Якоби преобразования зрачковых координат, $\mathbf{P} = \left(\dfrac{\partial\mathbf{p'}}{\partial\mathbf{p}}\right)$, $\mathbf{I}$ – единичная матрица второго порядка. Заметим, что матрица, заключенная в квадратные скобки, $\Delta_I = (\mathbf{VP}^T)^{-1} - \mathbf{I}$, показывает отступление от изопланатизма в относительной мере и может быть названа матрицей относительного неизопланатизма.

Итак, формулы (14) и (17) совместно с (13) и (18) дают возможность рассчитать производные от ОПФ по координатам предмета в самом общем случае. Видно также, что существуют и конечные производные любого порядка.

Обратим внимание на то, что в этих формулах $\omega(\mathbf{p'})$ и $\Delta x'(\mathbf{p'})$ есть аберрации в центре зоны при $x = 0$. В случае, когда преобладающей ошибкой является неизопланатизм, можно считать, что аберрации в центре зоны отсутствуют, т. е. принять $\omega(\mathbf{p'}) \equiv 0$ и $\Delta x'(\mathbf{p'}) \equiv 0$, при этом интегралы в (14) и (17) легко вычисляются аналитически, если представить неизопланатизм (13) разложением в ряд по степеням зрачковых координат.

Рассмотрим, например, кому третьего порядка сначала для простоты в одномерном случае. Будем также считать увеличение и длину волны единичными (это легко достигается переходом к каноническим координатам [2]). В этом случае неизопланатизм (13) представляется членом не выше третьей степени

$$p' = p + cp^3 \text{ или } \Delta p' = p' - p = cp^3 \tag{19}$$

где c – коэффициент комы, p', p – скалярные зрачковые координаты. Подставляя (19) в (14) и (17), легко получить:
в геометрическом приближении

$$\frac{\partial^n D(0,\nu')}{\partial x^n} = \frac{(2\pi i 3c\nu')^n}{2n+1} \tag{20}$$

в дифракционном приближении

$$\frac{\partial^n D(0,\nu')}{\partial x^n} = \frac{(2\pi i 3c\nu')^n}{2n+1} \sum_{j=0}^{n} \frac{C_n^j}{3^j\left(1-\dfrac{2j}{2n+1}\right)} \omega^{2j}(1-\omega)^{2(n-j)+1} \tag{21}$$

где C_n^j – биномиальные коэффициенты, $\omega = \nu'/2$ (в принятой нормировке ($\mathbf{V}=1$, $\lambda = 1$), ω – относительная пространственная частота, $|\omega| \le 1$). Из (20) и (21) видно, что дифракционное выражение (21), как и следует ожидать, переходит в геометрическое при малых ω, когда в сумму входит только один отличный от нуля член при $j=0$.

Подставляя (21) в (9), получим фильтрацию частот при коме третьего порядка

$$\tilde{I}(\nu') = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(3c\nu')^n}{n!(2n+1)} \left(\sum_{j=0}^{n} \frac{C_n^j}{\left(1-\dfrac{2i}{2n+1}\right)} \omega^{2j}(1-\omega)^{2(n-j)+1} \right) \frac{\partial^n \tilde{I}(\nu')}{\partial \nu'^n} \tag{22}$$

В геометрическом приближении при ω<<1 сумма, заключенная в круглые скобки, равна единице.

В двумерном случае зрачковые координаты в (19) есть векторы

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{p}' &= \mathbf{p} + c\mathbf{p}\mathbf{p}^T\mathbf{p} \\ \Delta\mathbf{p}' &= c\mathbf{p}\mathbf{p}^T\mathbf{p} \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

Подставляя в (14), получим (для канонического зрачка в виде единичного круга)

$$\frac{\partial^{(m+n)} D(0,\mathbf{v}')}{\partial x_1^m \partial x_2^n} = (2\pi i)^{m+n} \frac{1}{\pi} \int\limits_{\Omega}\int\limits_{(\omega)} g_1^m g_2^n d\mathbf{p} \tag{24}$$

где g_1, g_2 – проекции вектора g

$$\begin{aligned} \mathbf{g} &= c[(\mathbf{p}+\boldsymbol{\omega})(\mathbf{p}+\boldsymbol{\omega})^T(\mathbf{p}+\boldsymbol{\omega}) - (\mathbf{p}-\boldsymbol{\omega})(\mathbf{p}-\boldsymbol{\omega})^T(\mathbf{p}-\boldsymbol{\omega})] = \\ &= 2c[2\mathbf{p}\mathbf{p}^T\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\omega}\boldsymbol{\omega}^T\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\omega}\mathbf{p}^T\mathbf{p}] \end{aligned} \tag{25}$$

ω – относительная частота (вектор).

Интегрирование в (24) производится по области Ω(ω), общей для двух единичных кругов, смещенных на ±**ω**.

В геометрическом приближении из (17) имеем

$$\frac{\partial^{(m+n)} D(0,\mathbf{v}')}{\partial x_1^m \partial x_2^n} = (2\pi i)^{m+n} \frac{1}{\pi} \int\limits_{\Omega}\int\limits_{0} g_1^m g_2^n d\mathbf{p} \tag{26}$$

где вектор g в соответствии с (18) и (23) определяется выражением

$$\mathbf{g} = 2c(2\mathbf{p}\mathbf{p}^T\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\omega}\mathbf{p}^T\mathbf{p}) \tag{27}$$

Интегрирование в (26) производится по единичному кругу. Интегралы (24) и (26) в двумерном случае, как и в одномерном, вычисляются аналитически, но выражения получаются более сложные, чем (20) и (21), и здесь не приводятся.

Рассмотрим также практически важный случай хроматизма увеличения [18], когда ФРТ для различных длин волн имеет одинаковую форму, но смещена на величину, линейно зависящую от спектральной координаты χ, связанной с длиной волны λ, и величины предмета x.

$$\Phi PT = h(x',\lambda) = h[x' - (a+bx)\chi] \tag{28}$$

здесь a показывает постоянную по полю составляющую хроматизма увеличения, а b – переменную, определяющую неизопланатизм. Полихроматическая ОПФ находится как средневзвешенная по χ от Фурье-прёобразования (28); в результате получаем

$$D(x,\nu') = D_M(\nu')\int_{-\infty}^{+\infty} q(\chi)\exp[2\pi i\nu'(a+bx)\chi]d\chi \tag{29}$$

где $D_M(\nu')$ – монохроматическая ОПФ, $q(\chi)$ – нормированая функция относительной спектральной эффективности. Дифференцируя (29) по x, получим

$$\begin{aligned}\frac{\partial^n D(0,\nu')}{\partial x^n} &= D_M(\nu')\int_{-\infty}^{+\infty}(2\pi i\nu' bx)^n q(\chi)\exp(2\pi i\nu' a\chi)d\chi = \\ &= D_M(\nu')(\nu' b)^n \frac{\partial^n \tilde{q}(a\nu')}{\partial (a\nu')^n}\end{aligned} \tag{30}$$

где $\tilde{q}(a\nu')$ – Фурье-образ $q(\chi)$.

Подставляя в (9), получим соотношение фильтрования для этого случая

$$\tilde{I}(\nu') = D_M(\nu')\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(\nu' b)^n}{(2\pi i)^n n!}\frac{\partial^n \tilde{q}(a\nu')}{\partial (a\nu')^n}\frac{\partial^n \tilde{I}(\nu')}{\partial \nu'^n}$$

Приведенные выражения позволяют оценить допуски на величину неизопланатизма в оптических системах, при которых еще можно применять изопланатическую теорию (2). Ограничиваясь для простоты одномерным случаем, найдем сначала зависимость максимальной величины произвольных спектра предмета по частоте от размеров предмета (величины поля зрения). Пусть предмет имеет размер a, при этом его функция $I(x)$, как мы уже говорили, становится финитной и может быть представлена в виде произведения неограниченной функции $I_0(x)$ на функцию «окна» $rect\left(\frac{x}{a}\right) = \begin{cases}1 & \text{при } |x| \le a \\ 0 & \text{при } |x| > a\end{cases}$

$$I(x) = I_0(x) rect\left(\frac{x}{a}\right)$$

Нетрудно показать, что любая производная спектра ограниченного предмета при этом равна свертке спектра неограниченного предмета с соответствующей производной спектра окна $a \cdot \mathrm{sinc}(\pi\nu' a)$

$$\frac{\partial^n \widetilde{I}(\nu')}{\partial \nu'^n} = \widetilde{I}_0(\nu) \otimes \left[a \frac{\partial^n \mathrm{sinc}(\pi\nu' a)}{\partial \nu'^n} \right] \qquad (31)$$

Легко убедиться в том, что $\left\| \frac{\partial\, \mathrm{sinc}(\pi\nu' a)}{\partial \nu'} \right\| \cong 2a \left\| \mathrm{sinc}(\pi\nu' a) \right\|$, поэтому из (31) получаем

$$\left\| \frac{\partial \widetilde{I}(\nu')}{\partial \nu'} \right\| \cong 2a \left\| \widetilde{I}(\nu') \right\| \qquad (32)$$

т. е. норма первой производной спектра любого предмета на любой частоте отличается от нормы самого спектра множителем 2*a*. В соответствии с (9) неизопланатизм проявляется в том, что в спектре изображения появляются отфильтрованные производные спектра предмета. Найдем величину первой производной, появляющейся в изображении при коме третьего порядка. Из (9), (20) и (32) получим

$$\left\| \widetilde{I}'_{(1)}(\nu') \right\| \cong c 2\nu' a \left\| \widetilde{I}'(\nu') \right\| \qquad (33)$$

Для того чтобы $\left\| \widetilde{I}_{(1)}(\nu') \right\|$ можно было пренебречь и считать прибор изопланатическим, необходимо, чтобы соблюдалось условие

$$\left\| \widetilde{I}_{(1)}(\nu') \right\| \le \varepsilon \left\| \widetilde{I}'(\nu') \right\| \qquad (34)$$

где ε – относительный допуск, например $\varepsilon = 0.1$. Из (33) и (34) получаем допуск на относительный неизопланатизм *c* при коме (как следует из (19) коэффициент *c* есть не что иное, как величина относительного неизопланатизма, обозначаемая часто в технической оптике η [14])

$$\eta = c \le \frac{\varepsilon}{2\nu'_M\, a}$$

В последнем выражении ν'_M – максимальная пространственная частота, содержащаяся в предмете. Обратим внимание на то, что $2\nu'_M\, a$ есть инвариант, т.е. частота ν' и размер предмета *a* могут определяться как в пространстве предметов, так и в пространстве изображений, кроме того, $2\nu'_M\, a$ есть площадь предмета в «фазовом» пространстве, по одной оси которого откладываются линейные координаты, а по другой – пространственные частоты и, наконец, $2\nu'_M\, a$ пропорционально количеству информации, содержавшейся в предмете.

Так, например, при размере предмета (его важного структурного участка) $a = 1\text{мм}$ и при интервале пространственных частот $\nu'_M = 100$ линий на мм**,** при относительном допуске $\varepsilon = 0.1$ имеем допуск на неизопланатизм

$\eta \le 5 \cdot 10^{-4} = 0.05\%$. При такой величине неизопланатизма можно его не учитывать при анализе изображения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дж. Гудмен. *Введение в Фурье-оптику*. М. «Мир». 1970.
2. М.М. Мирошников. *Теоретические основы оптико-электронных риборов*. Л. «Машиностроение». 1977.
3. Э. О'Нейл. *Введение в статистическую оптику*. М. «Мир». 1966.
4. А. Папулис. *Теория систем и преобразований в оптике*. М. «Мир». 1971.
5. С. А. Родионов. *Тр. ЛИТМО*. 75. 1974. 36
6. С. А. Родионов. *Опт. и спектр. 32*. 1972. 178
7. Я. И. Хургин, В. П. Яковлев. *Финитные функции в физике и технике*. М. «Наука». 1971.
8. С. А. Родионов. *Опт. и спектр.*46. 1979. 566
9. С. А. Родионов. *Опт. и спектр.* 46. 1979. 776
10. С. А. Родионов. *Изв. вузов, приборостроение*. 20. 1977. 117
11. K. Miyamoto. *Japan J. Appl. Phys.*, *4* Suppl. 1, 1965.
12. H. H. Hopkins. *Japan J. Appl. Phys.*, *4* Suppl. 1, 1965.
13. С.А. Родионов, М.Н. Сокольский, Л.М. Лапо. *Опт. и спектр.*,43. 1977. 1104
14. Г. Г. Слюсарев. *Методы расчета оптических систем.* Л. «Машиностроение». 1969.