

ПРИМЕНЕНИЕ СРЕДСТВ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ ПРИ ОБРАБОТКЕ ДАННЫХ ИЗОФОТОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОТОРЕГИСТРАЦИИ В ОПТИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЯХ

С. А. Родионов, В. Г. Резник, В. К. Кирилловский, А. Б. Вироховский

Введение

Широко распространенными характеристиками при оценке качества изображения телескопа являются функция рассеяния точки, т. е. двумерное распределение освещенности в изображении точечного объекта, и концентрация энергии в изображении точки.

Метод изофотометрической фоторегистрации [1, 2], предложенный для определения этих характеристик, позволяет регистрировать структуру изображения точки в достаточно широком диапазоне освещенностей и вычислять относительную концентрацию энергии в различных диаметрах пятна рассеяния.

Определение фотометрической структуры изображения точки производится путем получения совокупности фотометрических сечений, соответствующих различным уровням равной освещенности. Каждое фотометрическое сечение формируется как фигура с четким контуром благодаря фотографированию исследуемого пятна рассеяния с использованием высококонтрастного фотопроцесса, причем регистрируемый в данном сечении уровень относительной освещенности $E_{отн}$ зависит от относительной продолжительности экспозиции $t_{отн}$ и связан с ней соотношением

$$E_{отн} = 1/t_{отн}$$

если соблюдается закон взаимозаменяемости.

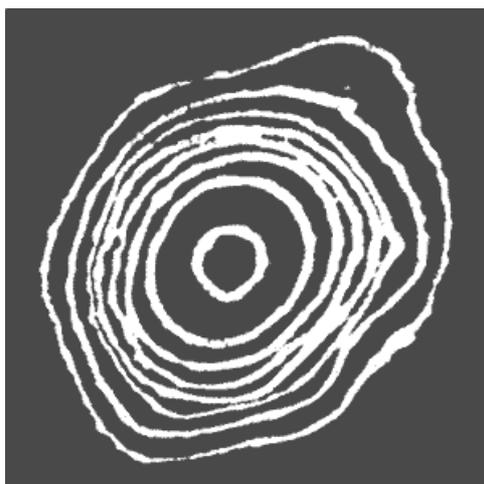


Рис. 1. Изофотограмма пятна рассеяния, полученная фотографической печатью.

Совмещение контуров фотометрических сечений (изофот) в одну «топограмму» (рис. 1) дает графическое отображение фотометрической структуры пятна рассеяния, на основании которого производят построение

кривых распределения освещенности в любом направлении и расчет концентрации энергии в пятне.

В целях повышения точности и сокращения затрат времени на вычисления на ЛОМО разработана программа расчета концентрации энергии в пятне рассеяния астрономического зеркала по данным изофотометрии на ЭВМ ЕС-1020.

Математическая постановка и численные методы.

На практике освещенность E , регистрируемая фотоматериалом, связана с выдержкой t законом невзаимозаместимости, который, по Шварцшильду, имеет вид [3]

$$E = ct^{-P(t)} \quad (1)$$

где c – константа, а $P(t)$ – полином некоторой степени. Логарифмируя выражение (1), его легко свести к полиному

$$y = \sum_{k=0}^m a_k x^k \quad (2)$$

где $a_0 = \ln c$, $y = \ln E$, $x = \ln t$.

Таким образом, первая часть задачи программирования расчета концентрации энергии на ЭВМ сводится к аппроксимации калибровочной кривой $y = f(x)$, характеризующей выбранный фотоматериал.

Исходными данными для аппроксимации служат экспериментально установленные значения t_i , соответствующие эталонному набору относительных освещенностей в безаберрационном дифракционном изображении точки:

$$E_i = \left[\frac{2J_1(r_i)}{r_i} \right]^2$$

где J_1 – функция Бесселя первого рода первого порядка; r_i – нули функции Бесселя первого рода нулевого порядка; $i = 0, 1, 2, \dots, 12$.

Значения t_i находят путем изофотометрической регистрации на данном фотоматериале оптического изображения дифракционного кружка, сформированного камерой-обскурой, ориентированной соосно лучу лазера. Относительное отверстие при этом составляло величину порядка 10^{-3} .

Для аппроксимации зависимости $y = f(x)$ использовалась линейная модель с ортогональными полиномами $P_k(x)$

$$y = \sum_{k=0}^m b_k P_k(x) \quad (3)$$

При построении полиномов, ортогональных на x_i ; ($i = 1, \dots, n$) с весом $q(x)$, применялись рекуррентные соотношения Форсайта [4]:

$$P_0(x) = 1, \quad P_1(x) = P_0(x)(x - \alpha_1)$$

$$P_{k+1}(x) = P_k(x)(x - \alpha_{k+1}) - \beta_{k+1}P_{k-1}(x)$$

$$\alpha_{k+1} = \frac{1}{\lambda_k} \sum_{i=0}^n q(x_i)x_i P_k^2(x_i)$$

$$\lambda_k = \sum_{i=0}^n q(x_i)P_k^2(x_i)$$

$$\beta_{k+1} = \frac{1}{\lambda_{k-1}} \sum_{i=0}^n q(x_i)x_i P_{k-1}(x_i)P_k(x_i)$$

Искомые коэффициенты b_i вычислялись по методу наименьших квадратов (МНК), который в применении к линейной форме (3) дает очень простые результаты:

$$b_m = \frac{1}{\lambda_k} \sum_{i=0}^n q(x_i)y_i P_k(x_i)$$

В качестве весовой функции $q(x_i)$ рассматривались функции e^{-x} , e^{-x^2} $q(x) = i$.

Проверка показала, что в нашем случае лучшие в смысле точности аппроксимаций результаты дает $q(x) = i$.

По сравнению с обычным полиномом (2) принятая модель (3) имеет три основных преимущества.

Во-первых, она избавляет от необходимости обращать плохо обусловленную при больших m матрицу, неизбежно появляющуюся при аппроксимации по МНК с помощью обычных полиномов.

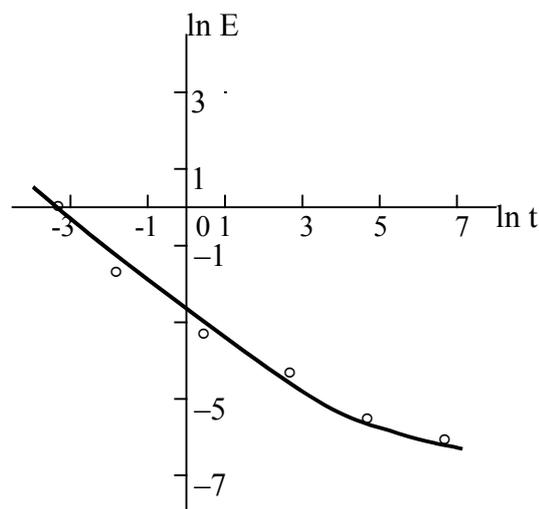


Рис. 2. Калибровочная кривая значений освещенности в системе изофот.
 $\ln F = -2.346 - 0.653 \ln t + 0.007 (\ln t)^2$.

Во-вторых, остаточная сумма квадратов легко вычисляется по формуле

$$R_m = \sum_{i=1}^n y_i^2 - \sum_{k=0}^m b_k^2$$

В-третьих, использование ортогональных полиномов позволяет сравнительно просто оценить оптимальную степень аппроксимирующего полинома. Как правило, существует критическое значение $m = r$, соответствующее первым $(r + 1)$ членам разложения функции в ряд. Если попытаться провести аппроксимацию полиномом степени $m \gg r + 1$, то можно, конечно, получить лучшее согласие с экспериментальными данными, но при этом неизбежно получается худшее согласие с истинной кривой, поскольку экспериментальные данные представляют собой случайные величины и содержат, лишь ограниченную информацию.

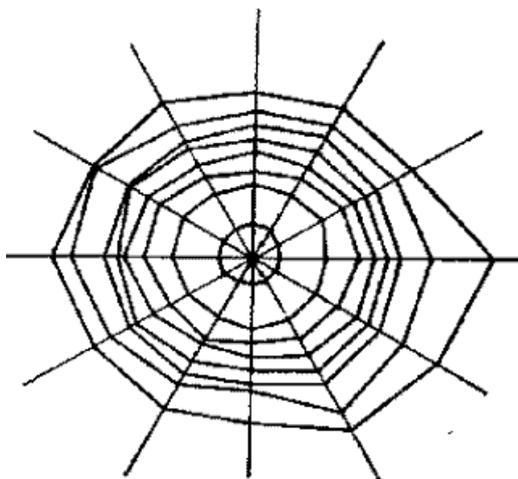


Рис.3. Изофотограмма пятна рассеяния, автоматически построенная графопостроителем по данным расшифровки изофот пятна рассеяния.

Выбор степени r полинома производился в разработанной для ЭВМ ЕС-1020 подпрограмме аппроксимации на основании нормального регрессионного анализа с использованием распределения Фишера.

Сначала строится полином вида (3) максимально возможной степени $m = n - 1$, где n – количество измерений. Если значение коэффициента b_m незначимо отличается от нуля, то степень полинома выбрана слишком большой и ее следует понизить. Для проверки этой гипотезы определяется число $\bar{F}_m = b_m^2 / s$, где s – оценка дисперсии $D(b_m)$. \bar{F}_m сравнивается с выбираемым из таблиц распределения Фишера числом $F_{1, \nu, \alpha}$, где ν – число степеней свободы, а α – желаемый уровень вероятности ($\alpha = 0.95$). Если окажется, что $\bar{F}_m < F$, то коэффициент b_m считается незначимым, степень аппроксимирующего полинома понижают на единицу и проверяют гипотезу для $m - 1$.

Результаты аппроксимации калибровочной кривой приведены на рис. 2.

Подставляя в (3) конкретные значения времени экспозиции из набора $t_i = t_0 2^i$, где $i = 0, 1, 2, \dots, n$, можно получить величины всех уровней освещенности E , которые соответствуют экспериментальным изофотам (рис. 1).

Зная для каждого направления φ_j значения r_{ij} , полученные с помощью измерений (где φ_j и r_{ij} – полярные координаты точки на изофотограмме

относительно оптической оси), и используя описанную выше процедуру, аппроксимируем зависимость $E_j(r)$, приняв в качестве исходного соотношение

$$E_j(r) = e^{-P_j(r^2)}$$

легко приводимое к виду

$$y_j = \sum_{k=0}^m d_{jk} z^k$$

где $y_j = \ln E_j$, $z = r^2$, $E_j(r)$ – распределение освещенности вдоль радиуса изофотограммы.

Для определения энергии $F(D)$ в кружке рассеяния диаметром D необходимо вычислить интеграл

$$F(D) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi D^2/4} \int_0^D E(z) dz d\varphi$$

Известная «формула трапеции» позволяет заменить внешний интеграл суммой вида

$$F(D) = \frac{1}{2} \sum_j \int_0^{D^2/4} E_j(z) dz$$

в которой оставшийся интеграл легко вычисляется с помощью любого численного метода интегрирования с достаточно малым шагом по z .

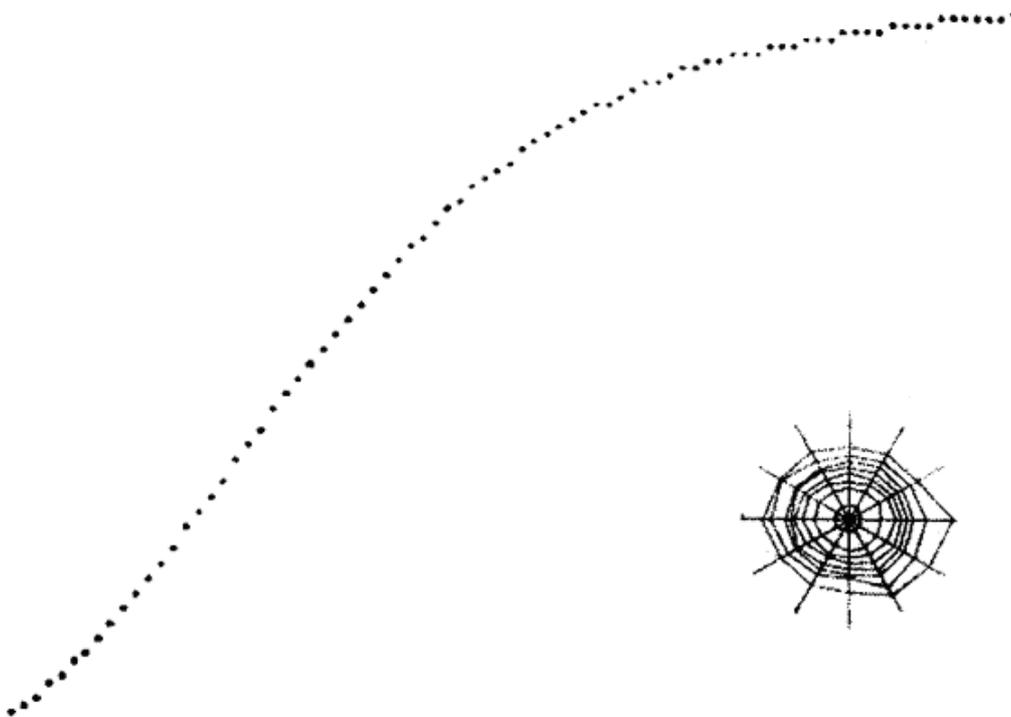


Рис. 4. График концентрации энергии в пятне рассеяния (отпечатано в АЦПУ ЭВМ ЕС-1020).

Относительная концентрация энергии \bar{F} для кружка диаметром D_i в пятне рассеяния рассчитывается по формуле

$$\bar{F}(D_i) = 100F(D_i) / F(D_{\max})$$

Предложенный алгоритм был реализован на ЭВМ ЕС-1020. Для расчета концентрации энергии по одной изофотограмме требуется около 2 мин машинного времени. После ввода исходных данных они распечатываются в удобном виде. Кроме того, для контроля правильности задания радиусов r_{ij} пользователем может быть затребован вывод изофот на графопостроитель (рис.3). Результатом расчета являются построенные на АЦПУ таблица значений и график функции $\bar{F}(D)$ (рис. 4).

Разработанная программа отлажена при цеховых исследованиях главного зеркала телескопа АЗТ-24 диаметром 1.1 м. С применением этой программы проводились также цеховые исследования методом изофотометрии качества изображения большого планетного спектрографа СП-124 для 6-метрового телескопа БТА и главного зеркала телескопа АЗТ-11. Результаты эксплуатационных испытаний показали, что применение программы существенно повышает эффективность и оперативность изофотометрических исследований, снижает затраты времени на операции контроля астрономической оптики. Программа существенно расширяет возможности метода изофотометрической фоторегистрации, превращая его из методов преимущественно аттестационного в метод текущего технологического контроля и широких исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зверев В.А., Кирилловский В.К., Сокольский М.Н. ОМП. № 8. 1976. с. 6.
2. Зверев В.А., Кирилловский В.К., Сокольский М.Н. Матер. Всесоюзн. научно-техн. конфер. «Современная прикладная оптика и оптические приборы» ч. II. Л. 1975. с. 62.
3. Schwarzschild K. Astrophis. J. 11. 1900. p. 89.
4. Худсон Д. Статистика для физиков. М., 1970.