О ВЫЧИСЛЕНИИ ХРОМАТИЗМА ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

С. А. РОДИОНОВ, Л. И. ПРЖЕВАЛИНСКИИ, А. А. ШЕХОНИН

Рассматривается приближенный метод, позволяющий получать коэффициенты волнового хроматизма, описывающие хроматические аберрации оптических систем, без расчета «цветных» лучей, в процессе расчета лучей основной длины волны. Приводятся результаты сравнения приближенных значений хроматических аберраций с точными, подтверждающие практическую ценность метода.

Под хроматизмом оптических систем понимают зависимость их характеристик от длины волны излучения λ. Если f – какая-либо характеристика оптической системы, то в общем виде хроматизм описывается функциональной зависимостью $f(\lambda)$. Подразумевая под f различные характеристики, говорят о хроматизме увеличения, положения, хроматической разности аберраций, хроматизме в зрачках, и т. д. Для численного описания зависимости $f(\lambda)$ необходимо знать либо значения функции $f_i = f(\lambda_i)$ в $(m+1)$ узлах $(i = 0, \dots m)$, либо значения $m+1$ параметров a_i некоторой формулы, аппроксимирующей зависимость $f(\lambda)$. В качестве параметров $a_г$- удобно взять коэффициенты разложения функции $f(\lambda)$ по некоторому базису $P_k(\lambda)$:

$$f(\lambda) = \sum_{i=0}^{m} a_i P_i(\lambda). \tag{1}$$

Область определения функции $f(\lambda)$ есть рабочий интервал $[\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$ длин волн данной оптической системы: для удобства анализа желательно привести этот интервал к единичному, что достигается заменой λ на новую переменную $\chi = (\lambda - \lambda_0) : \Delta\lambda$, где $\lambda_0 = (\lambda_{\max} + \lambda_{\min}) : 2$ – центральная (основная) длина волны, а $\lambda_0 = (\lambda_{\max} - \lambda_{\min}) : 2$ – полуширина рабочего интервала длин волн. Интервал изменения переменной χ, которую назовем канонической спектральной координатой [2], равен [-1,1].

Исходя из удобства вычислений, в качестве базиса $P_k(\lambda)$ возьмем степенные функции χ^k, тогда (1) примет вид:

$$f(\chi) = \sum_{i=0}^{m} a_i \chi^i = a_0 + a_1\chi + \dots + a_m\chi^m. \tag{2}$$

Коэффициент a_0 равен значению рассматриваемой характеристики при $\chi = 0$, т.е. для основной длины волны; коэффициенты $a_1, \dots a_m$ описывают собственно хроматизм, т. е. изменение f с изменением λ. Задача вычисления хроматизма заключается в определении значений коэффициентов a_i для всех характеристик исследуемой оптической системы.

Для большого класса оптических систем можно пренебречь хроматизмом таких характеристик, как положение и размеры зрачков и считать, что хроматизмом обладают только аберрации.

Аберрации оптических систем для данной точки предмета могут быть описаны волновой аберрацией $W(\rho, \varphi)$ как функцией канонических координат ρ, φ на зрачке [1, 2, 3]. При наличии хроматизма эта волновая аберрация будет также функцией длины волны λ или канонической спектральной координаты χ; при этом, как показано в работе [2], удобно волновую аберрацию для любой длины волны λ, выражать в длинах волн λ_0:

$$\begin{aligned} W(\chi, \rho, \varphi) &= \frac{1}{\lambda}\left[\langle l(\chi, \rho, \varphi)\rangle - \langle l(\chi, 0, 0)\rangle\right] = \\ &= \frac{1}{\lambda_0}\sum_{i=0}^{s}\left[l_i(\chi, \rho, \varphi) - l_i(\chi, 0, 0)\right] n_i(\chi) = \frac{1}{\lambda_0}\sum_{i=0}^{s}\Delta l_i(\chi, \rho, \varphi)\, n_i(\chi), \end{aligned} \tag{3}$$

где $\langle l(\chi, \rho, \varphi)\rangle$ и $\langle l(\chi, 0, 0)\rangle$ – оптические длины хода, от входной до выходной сфер сравнения, луча с координатами ρ, φ на зрачке и главного луча пучка (с координатами 0, 0) соответственно, для длины волны λ; $l_i(\chi, \rho, \varphi)$ и $l_i(\chi, 0, 0)$ – длины этих лучей между i-й и i+1-й поверхностями системы; $n_i(\chi)$ – показатель преломления среды между этими поверхностями для длины волны λ.

Поперечные аберрации легко находятся дифференцированием волновой аберрации по каноническим координатам на зрачке.

Для численного представления монохроматической функции волновой аберрации используются коэффициенты интерполяционного полинома [3]:

$$W(\chi, \rho, \varphi) = \sum_i \sum \omega_{ij}(\chi)\rho^{2i+j}\cos^j\varphi. \tag{4}$$

В общем случае для описания полихроматической волновой аберрации, в соответствии с (2) разлагая каждый коэффициент $\omega_{ij}(\chi)$ предыдущего выражения в ряд по степеням χ, получаем:

$$W(\chi, \rho, \varphi) = \sum_k \sum_i \sum \omega_{kij}\chi^k \rho^{2i+j}\cos^j\varphi, \tag{5}$$

где ω_{kij} – коэффициенты волновой аберрации и волнового хроматизма. Эти полихроматические коэффициенты полностью описывают аберрации оптической системы для данной точки предмета, они могут служить исходными данными для вычисления оптической передаточной функции [2].

Рассмотрим задачу определения коэффициентов ω_{kij} для реальной системы. Процесс вычисления монохроматических коэффициентов ω_{ij} описан в работе [3]. Для определения 21 коэффициента (до 9-го порядка аберраций) необходимо рассчитать через систему ход 21 луча (вместе с главным) и затем решить линейную систему уравнений относительно неизвестных коэффициентов. Для определения полихроматических коэффициентов ω_{kij}, очевидно, эту операцию надо проделать $m+1$ раз, рассчитав кроме указанных, еще $21m$ «цветных» лучей для различных длин волн. В результате получим для каждого из 21 коэффициентов $m+1$ значений, составляя и решая затем 21 систему линейных уравнений $m+1$-го порядка с неизвестными полихроматическими коэффициентами, определяем их.

Для сокращения количества рассчитываемых лучей, в предположении, что положения зрачков и апертуры не обладают существенным хроматизмом, можно воспользоваться приближенным методом Конради [1]. В соответствии с Конради преобразуем выражение (3). Представим $l_i(\chi, \rho, \varphi)$ и $l_i(\chi, 0, 0)$ в виде сумм

$$l_i(\chi, \rho, \varphi) = l_i(0, \rho, \varphi) + \delta\, l_i(\chi, \rho, \varphi); \quad l_i(\chi, 0, 0) = l_i(0, 0, 0) + \delta\, l_i(\chi, 0, 0),$$

где $l_i(0, \rho, \varphi)$ и $l_i(0, 0, 0)$ – длины лучей между поверхностями для $\chi = 0$, т.е. для основной длины волны.

$\sum\limits_i n_i \delta\, l_i(\chi, \rho, \varphi)$ и $\sum\limits_i n_i \delta\, l_i(\chi, 0, 0)$ в соответствии с принципом Ферма есть величины высшего порядка малости по отношению к поперечному смещению луча при изменении длины волны, поэтому при малых поперечных смещениях луча, т. е. при малых изменениях зрачков и апертур этими суммами можно пренебречь. В результате получим:

$$W(\chi, \rho, \varphi) \approx \sum_{i=0}^{s} \left[l_i(0, \rho, \varphi) - l_i(0, 0, 0) \right] n_i(\chi) = \sum_{i=0}^{s} \Delta l_i(0, \rho, \varphi)\, n_i(\chi). \qquad (6)$$

В предыдущем выражении от длины волны λ, или от координаты χ зависят только показатели $n_i(\chi)$, следовательно, для вычисления хроматической волновой аберрации $W(\chi, \rho, \varphi)$ не требуется расчета «цветных» лучей.

Представим в предыдущем выражении величины, зависящие от χ в виде (2) и, меняя затем порядок суммирования, получим

$$\sum_k \omega_k(\rho, \varphi) \chi^k \approx \sum_k \sum_{i=0}^{s} \Delta l_i(0, \rho, \varphi) n_{ki} \chi^k. \qquad (7)$$

Сравнивая почленно левую и правую части, можно записать:

$$\omega_k(\rho, \varphi) = \sum_{i=0}^{s} \Delta l_i(0, \rho, \varphi) n_{ki}, \qquad (8)$$

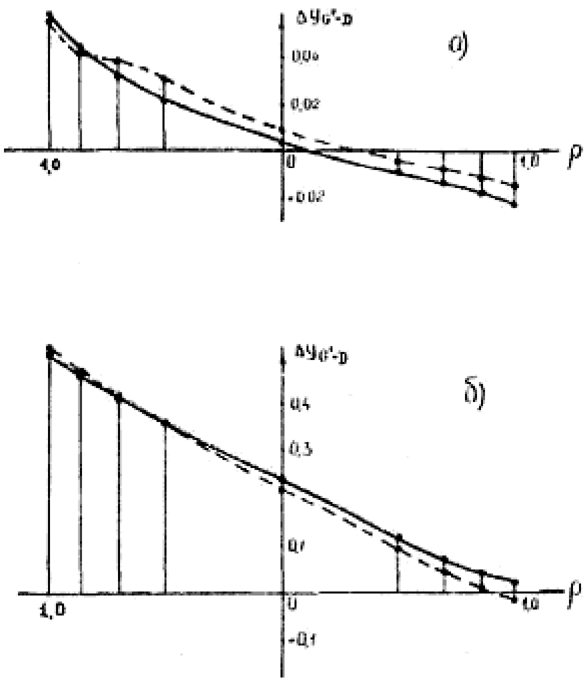
т.е. коэффициенты хроматизма волновой аберрации $\omega_k(\rho, \varphi)$ для данного луча непосредственно вычисляются в процессе расчета лучей основной длины волны суммированием по всем поверхностям системы произведения $\Delta l_i(0, \rho, \varphi)$ (разности длин данного и главного лучей между поверхностями) на n_{ki} (соответствующий коэффициент разложения в ряд по χ^k показателя преломления n_i).

Коэффициенты n_{ki} могут быть названы коэффициентами хроматизма данного i-го стекла в интервале $[\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$. Как показано в работе [4], для всех стекол и практически наиболее часто используемых интервалов длин волн достаточно ограничиться четвертой степенью χ, т. е. пятью коэффициентами n_{ki}. При заданном интервале длин волн эти коэффициенты – рабочие параметры стекол – могут быть легко найдены для всех стекол системы. В случае использования машинного каталога стекла [4], рабочие параметры стекла, вместо показателей преломления, непосредственно определяются программами каталога.

Таким образом, рассчитав через систему для данного пучка 21 луч основной длины волны, в соответствии с (8), сразу получаем 21 массив по пять чисел, представляющих собой коэффициенты разложения по χ^k волновой аберрации каждого луча. Проделав теперь пять раз преобразования, описанные в [3] применительно к пяти коэффициентам, в силу линейности этих преобразований, получим 21×5 искомых полихроматических коэффициентов ω_{kij}.

Описанный метод, не требующий расчета «цветных» лучей, позволяет полностью определить хроматизм оптических систем практически без дополнительных затрат времени по сравнению с расчетом характеристик для основной длины волны.

Так как этот метод не учитывает хроматизма в положении зрачков и апертурах, он является приближенным. Для проверки практической его пригодности авторами было проделано исследование метода применительно к оптическим системам самой различной конструкции.



Графики поперечного хроматизма $\Delta y_{G'-D}$ двух различных оптических систем:
а - сумма толщин 100 мм, б - сумма толщин 5000 мм
—— приближенный метод Конради, - - - точный расчет лучей

На рисунке показано сравнение поперечных хроматических аберраций, полученных приближенным методом с аберрациями, определенными точным расчетом «цветных» лучей. Таким образом, для короткой системы «*а*» погрешность невелика, а для длинной системы «*б*» на краю поля заметно возрастает. Существенно, что практически во всех случаях погрешность заключалась в основном в вертикальном сдвиге графика, без изменения его формы, т. е. наблюдалась погрешность хроматизма увеличения, вызванная хроматизмом в зрачках. В принципе, небольшим усложнением описанного метода эту погрешность можно исключить, однако, как показали исследования, даже в длинных системах, она наблюдается при больших величинах других остаточных аберраций, поэтому описанный метод и без усложнения может иметь практическую ценность.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hopkins H. H. Ware Theory of Aberrations. Oxford. Clarendon Press, 1949.
2. Родионов С. А. Полихроматическая оптическая передаточная функция оптических систем в канонических координатах. Изв. вузов СССР – «Приборостроение», 1973, т. XVI, № 6, стр. 120.
3. Родионов С. А., Пржевалиский Л. И., Шехонин А. А. Применение коэффициентов интерполяционного полинома для представления аберраций оптических систем. Изв. вузов СССР – «Приборостроение», 1974, т. XVII, № 8.
4. Резник В. Г., Родионов С. А. Структура и параметры машинного каталога стекла. 1973, ОМП, № 4, стр. 29.