С.А. РОДИОНОВ

ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОПТИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ В ТЕОРИИ ИЗОБРАЖЕНИЯ

Система характеристик и понятий, описывающая какой-либо объект, например оптический прибор, базируется на той математической модели его работы, которая принята на данном этапе изучения, и, следовательно, имеет смысл только в пределах принятой модели.

При изучении оптических приборов до недавнего времени была господствующей геометрическая модель, которая основана на представлении о работе оптического прибора как о преобразовании прямых линий - лучей. Эта геометрическая модель, однако, мало пригодна для описания и анализа качества оптического изображения.

В последние годы анализ качества оптического изображения может быть выделен из теории оптических приборов в самостоятельную науку - теорию изображения, - в которой для описания работы оптического прибора применяются новые понятия и характеристики, основанные на других, негеометрических моделях прибора.

В теории изображения возможны две различные математические модели работы оптического прибора - внешняя и внутренняя, и в соответствии с этим можно говорить о внешних и внутренних характеристиках оптического прибора в теории изображения.

Внешняя модель, анализ которой можно назвать общей теорией изображения, должна описывать работу оптического прибора и вообще любого прибора, передающего изображение, как преобразование некоторой обобщенной функции «предмета» в обобщенную функцию «изображения». Эта модель совершенно не затрагивает физических принципов работы прибора и является поэтому общей для любых приборов, передающих изображение, в том числе и неоптических, независимо от их устройства, если они удовлетворяют ограничениям, принятым в данной модели.

Внутренняя модель, анализ которой можно отнести к специальной теории изображения, должна описывать физические принципы работы данного оптического или какого-либо другого прибора. Для каждого вида приборов будет своя внутренняя модель в соответствии с принципами работы именно этого вида, поэтому система внутренних характеристик применима только к приборам того вида, например оптическим, для которых построена данная модель.

Рассмотрим внешнюю модель оптического прибора и систему внешних характеристик.

Внешняя модель прибора. Внешняя модель изображающего прибора описывает его как элемент (звено) некоторой цепи (каскада) последовательно соединенных приборов, в качестве которых могут выступать не только реальные приборы, но и некоторые процессы, например сдвиг или двоение изображения. Каждое звено такого каскада воспринимает информацию от

В сб. "Расчет и конструирование оптических систем" Тр.ЛИТМО - 1974 - вып.75 - с.36-42

предыдущего звена и передает последующему. Воспринимаемую (входную) информацию будем называть предметом, а передаваемую (выходную) – изображением. Таким образом, для анализируемого прибора предыдущее (входное) звено является генератором предмета, а последующее (выходное) – приемником изображения. Предмет и изображение можно описать функциями обобщенной интенсивности от обобщенных координат в пространствах предметов и изображений, причем конкретное физическое содержание обобщенных интенсивностей и координат, как и размерность пространств, зависят от конкретного вида прибора и в общей теории изображения не рассматриваются. В дальнейшем для определенности примем, что функции предмета и изображения являются двумерными, т. е. предмет и изображение описываются функциями $I(\overline{y'},\overline{z'})$ и $I'(\overline{y'},\overline{z'})$ обобщенных интенсивностей от обобщенных координат на поверхностях предмета и изображения, хотя, вообще говоря, рассмотренные ниже характеристики и понятия без труда могут быть распространены на любую размерность функций предмета и изображения.

Внешняя модель прибора есть математическая модель, описывающая работу прибора но преобразованию функции предмета $I(\overline{y'},\overline{z'})$ в функцию изображения $I'(\overline{y'},\overline{z'})$, иначе говоря, эта модель есть некоторый оператор *L:*

$$I'(\overline{y'},\overline{z'}) = L[I(\overline{y},\overline{z})] \qquad (1)$$

Существующий математический аппарат в основном развит для операторов, удовлетворяющих условиям линейности и изопланатичности {инвариантности к сдвигу) [1, 2], следовательно, анализируемые приборы предполагаются линейными и изопланатическими.

Оптические приборы с высокой степенью точности можно считать линейными, но они далеко не изопланатичны. Однако, разбив поверхности предмета и изображения на ряд небольших зон (изопланатических зон), можно считать прибор изопланатическим в пределах каждой из таких зон, если их размеры достаточно малы [3]. Таким образом, оператор (1) представляется в виде совокупности аналогичных операторов, соответствующих различным зонам предмета. В связи с этим удобно ввести две системы обобщенных координат и соответственно две

системы характеристик. Для рассмотрения всей поверхности предмета и изображения в целом введем систему обобщенных координат $\overline{y}_0,\overline{z}_0$ и $\overline{y'}_0,\overline{z'}_0$, начало которой поместим в центр предмета (изображения). Будем называть эти координаты и связанные с ними характеристики глобальными.

При рассмотрении отдельной зоны предмета (изображения) удобнее пользоваться зональными системами координат $\overline{y},\overline{z}$ и $\overline{y'},\overline{z'}$, охватывающими только данную зону и имеющими начало в центре данной зоны. Соответствующие характеристики будем называть зональными.

Основными внешними характеристиками будут характеристики, описывающие вид оператора (1): назовем такие характеристики передаточными. Эти характеристики, с целью удобства и наглядности описания, можно разделить на три подгруппы, в соответствии с передачей в изображении различных свойств предмета.

Масштабные передаточные характеристики определяют передачу размеров и формы предмета. Пусть каждая точка предмета с обобщенными координатами $\bar{y}_M, \bar{z}_M$, которые могут быть как глобальными, так и зональными, изображается в виде пятна рассеяния, центр которого имеет координаты $\bar{y}'_M, \bar{z}'_M$. Масштабные передаточные характеристики определяют преобразование координат $\bar{y}_M, \bar{z}_M$ в $\bar{y}'_M, \bar{z}'_M$:

$$\begin{cases} \bar{y}'_M = \bar{y}'_M(\bar{y}_M, \bar{z}_M) \\ \bar{z}'_M = \bar{z}'_M(\bar{y}_M, \bar{z}_M) \end{cases} \tag{2}$$

Рассмотрим преобразование глобальных координат. Для класса центрированных приборов вместо пары координат $\bar{y}_0, \bar{z}_0$ или $\bar{y}'_0, \bar{z}'_0$ достаточно в силу осевой симметрии рассматривать одну координату $\bar{r}_0 = \sqrt{\bar{y}_0^2 + \bar{z}_0^2}$, или $\bar{r}'_0 = \sqrt{\bar{y}'^2_0 + \bar{z}'^2_0}$. Если принять $\bar{z}_0 = \bar{z}'_0 = 0$, то $\bar{r}_0 = \bar{y}_0$; $\bar{r}'_0 = \bar{y}'_0$. Преобразование глобальных координат для центрированных приборов можно представить в виде:

$$\bar{r}'_0 = u_0 \bar{r}_0 + \Delta\bar{r}'_0(\bar{r}_0)\text{, или } \bar{r}'_0 = u_0[1 + \Delta(\bar{r}'_0)]\bar{r}_0 \tag{3}$$

где $u_0 = \lim\limits_{r_0 \to 0} \dfrac{\bar{r}'_0}{\bar{r}'_0}$ – обобщенное параксиальное увеличение, $\Delta\bar{r}'_0(\bar{r}_0)$ – функция обобщенной абсолютной дисторсии, $\Delta\bar{r}_0 = \Delta\bar{r}'(r_0)$ – функция относительной дисторсии.

Эти параметры и являются глобальными масштабными передаточными характеристиками для центрированных приборов.

Рассмотрим преобразование зональных координат. Его можно представить в виде

$$\begin{cases} \bar{y}' = u_y \bar{y} \\ \bar{z}' = u_z \bar{z} \end{cases} \tag{4}$$

где u_y и u_z – обобщенные зональные увеличения (меридиональное и сагиттальное), которые при малых размерах зоны можно считать постоянными в пределах зоны.

Иногда вместо u_y, u_z удобно использовать другую пару масштабных зональных передаточных характеристик: $u = u_z$ (обобщенное зональное увеличение) и $a = u_y : u_z$ (коэффициент зонального анаморфирования).

Легко установить связь между глобальными и зональными масштабными передаточными характеристиками. Очевидно, что зональные координаты с точностью до некоторых множителей, зависящих от конкретного выбора систем координат, есть дифференциалы глобальных координат:

$$k_y \bar{y} = d\overline{y_0},\ k_z \bar{z} = d\overline{z_0},\ k_y' \bar{y}' = d\overline{y_0}',\ k_z' \bar{z}' = d\overline{z_0}' \tag{5}$$

Дифференцируя выражение (3), с учетом (4) и (5), при $\overline{z_0} = \overline{z_0}' = 0$, получим:

$$\begin{cases} u_y = u_0 \left[1 + \Delta(\overline{y_0}) + \dfrac{\partial \Delta(\overline{y_0})}{\partial \overline{y_0}} \right] \dfrac{k_y}{k_y'} \\ u_z = u_0 \left[1 + \Delta(\overline{y_0}) \right] \dfrac{k_z}{k_z'} \end{cases} \tag{6}$$

где $\overline{y_0}$ – глобальная координата центра данной зоны, так называемая «величина предмета».

Приведенные предмет и изображение. Имея масштабные передаточные характеристики, удобно исключить их теперь из оператора (1). Для этого дальнейшие преобразования можно рассматривать применительно к предмету и изображению, приведенным на одну поверхность (предмета или изображения) в соответствии с преобразованием координат (4). Например, чтобы для данной зоны перенести изображение на поверхность предмета, необходимо в функции изображения $I'\left(\bar{y}', \bar{z}'\right)$ координаты $\bar{y}', \bar{z}'$ заменить на $u_y \bar{y}$, $u_z \bar{z}$. Аналогично, приведенный на поверхность изображения предмет получим заменой в функции предмета координат $\bar{y}, \bar{z}$ на $\bar{y}' : u_y,\ \bar{z} : u_z$.

Полученные таким образом функции предмета и изображения, геометрически перенесенные (приведенные) на одну поверхность, будем в дальнейшем обозначать $I_r\left(\bar{y}, \bar{z}\right)$, $I_r'\left(\bar{y}', \bar{z}'\right)$.

Энергетические передаточные характеристики описывают передачу энергии предмета. Определим обобщенную энергию некоторого участка предмета или изображения как интеграл от функции обобщенной интенсивности по обобщенным координатам в пределах этого участка:

$$E = \iint I(\bar{y}, \bar{z})\, d\bar{y}\, d\bar{z};\ E' = \iint I'(\bar{y}', \bar{z}')\, d\bar{y}'\, d\bar{z}' \tag{7}$$

Определим передачу энергии в пределах данной зоны при помощи коэффициента *H,* показывающего, какая часть энергии предмета участвует в образовании изображения:

$$H = \frac{E'}{E} = \frac{\iint I'(\bar{y}', \bar{z}')\, d\bar{y}'\, d\bar{z}'}{\iint I(\bar{y}, \bar{z})\, d\bar{y}\, d\bar{z}} \tag{8}$$

Если рассматривать энергию приведенных на одну поверхность предмета и изображения, то получим для передачи энергии коэффициент *H’:*

$$H' = \frac{\iint I'(u_y \overline{y}, u_z \overline{z}) d\overline{y} d\overline{z}}{\iint I(\overline{y}, \overline{z}) d\overline{y} d\overline{z}} = \frac{\iint I'(\overline{y}', \overline{z}') d\overline{y}' d\overline{z}'}{\iint I(\overline{y}'/u_y, \overline{z}'/u_z) d\overline{y}' d\overline{z}'} = \frac{H}{u_y u_z} \tag{9}$$

Нетрудно показать, что для линейных приборов коэффициенты H и H' не зависят от функции предмета и являются объективными характеристиками прибора. Можно также показать, что коэффициент H' в случае равноинтенсивного предмета, участки равной интенсивности которого превышают размеры пятна рассеяния прибора, равен отношению интенсивности изображения к интенсивности предмета.

В теории оптических приборов отношение освещенности изображения к яркости предмета определяется как светосила прибора. Коэффициенты H и H' имеют тот же смысл, но носят более общий характер, их значения не зависят от предмета, и они могут применяться к любым приборам, не обязательно оптическим.

Назовем коэффициент H передней обобщенной зональной светосилой, а коэффициент H' - задней обобщенной зональной светосилой.

Зональные светосилы в общем случае различны для различных зон, т. е. зависят от величины предмета $\overline{y}_0$ - глобальной координаты центра зоны. Эти зависимости могут быть описаны при помощи глобальных энергетических передаточных характеристик, в качестве которых можно принять: центральные обобщенные светосилы, переднюю H_0 и заднюю H_0' (соответствующие центральной зоне предмета) и функции светораспределения, переднюю $\Phi(\overline{y}_0)$ и заднюю $\Phi'(\overline{y}_0)$, показывающие изменение светосил по отношению к центральным:

$$H_0 = H(\overline{y}_0)\Big|_{\overline{y}_o=0}; H'_0 = H'(\overline{y}_0)\Big|_{\overline{y}_o=0}; \Phi(\overline{y}_0) = \frac{H(\overline{y}_0)}{H_0}; \ \Phi'(\overline{y}_0) = \frac{H'(\overline{y}_0)}{H'_0} \tag{10}$$

Из выражений (6) и (9) можно получить соотношение между передней и задней функциями светораспределения:

$$\Phi'(\overline{y}_0) = \frac{\Phi(y_0)}{\left[1 + \Delta(\overline{y}_0) + \frac{\partial \Delta(\overline{y}_0)}{\partial \overline{y}_0} \overline{y}_0\right]\left[1 + \Delta(\overline{y}_0)\right] \frac{k_y k_z}{k_y' k_z'}} \tag{11}$$

Частотные или структурные передаточные характеристики описывают передачу тонкой структуры предмета в изображении. Нагляднее всего структурное содержание предмета и изображения описывается их комплексными спектрами пространственных частот, которые есть фурье-образы соответствующих функций:

$$\tilde{I}(v,\theta) = F\left[I_r(\overline{y}, \overline{z})\right]; \ \tilde{I}'(v,\theta) = F\left[I_r'(\overline{y}', \overline{z}')\right]$$

где F – оператор преобразования Фурье, v – пространственная частота, θ – угол ее ориентации (функции предмета и изображения считаются приведенными на одну поверхность и нормированными к единичной энергии).

Передача тонкой структуры или передача пространственных частот предмета в изображении определяется так называемой «оптической передаточной функцией» (ОПФ) прибора, равной отношению спектров пространственных частот изображения и предмета [1, 2]:

$$\widetilde{I}'(v,\theta) = \widetilde{I}(v,\theta) D(v,\theta), \text{ или } D(v,\theta) = \frac{\widetilde{I}'(v,\theta)}{\widetilde{I}(v,\theta)} \qquad (12)$$

ОПФ может быть определена так же как фурье-образ «функции рассеяния точки» (ФРТ) $h(\overline{y}',\overline{z})$ прибора, описывающей распределение интенсивности в изображении точечного предмета единичной энергии:

$$D(v,\theta) = F\left[h(\overline{y}',\overline{z}')\right] \qquad (13)$$

где $h(\overline{y}'\overline{z}') = L\left[\delta(\overline{y},\overline{z})\right]$, $\delta(\overline{y},\overline{z})$ - дельта-функция Дирака.

Соотношения (12) и (13) справедливы только для линейных изопланатических приборов или, в общем случае, в пределах данной изопланатической зоны, следовательно, ОПФ является зональной частотной передаточной характеристикой. ОПФ в общем случае - комплексная функция и представляется двумя вещественными функциями: своим модулем $T(v,\theta)$ - частотно-контрастной характеристикой (ЧКХ) - и своим аргументом $\varphi(v,\theta)$ - частотно-фазовой характеристикой (ЧФХ)

$$D(v,\theta) = T(v,\theta)\exp\left[i\varphi(v,\theta)\right] \qquad (14)$$

Можно определить ЧКХ и ЧФХ непосредственно из выражения (12):

$$T(v,\theta) = \frac{|\widetilde{I}'(v,\theta)|}{|\widetilde{I}(v,\theta)|}; \quad \varphi(v,\theta) = \arg\left[\widetilde{I}'(v,\theta)\right] - \arg\left[\widetilde{I}(v,\theta)\right] \qquad (15)$$

Это выражение показывает, что ЧКХ определяет передачу контраста, а ЧФХ – фазы (начального сдвига) в изображении гармонической решетки с частотой v и ориентацией θ.

Для глобального описания частотных передаточных характеристик необходима совокупность зональных ОПФ (ЧКХ и ЧФХ) для нескольких изопланатических зон, имеющих такие размеры, что в пределах каждой зоны ОПФ можно считать неизменной при изменении положения точки предмета.

Сводка передаточных характеристик. Итак, образование изображения любым линейным прибором полностью описывается следующими его передаточными характеристиками:

Масштабные передаточные характеристики

Зональные		**Глобальные**	
u_y u_z	обобщенные зональные увеличения (меридиональное и саггитальное) или	u_0	обобщенное параксиальное увеличение

u a	обобщенное зональное увеличение и коэффициент зонального аноморфирования	$\Delta(y_0)$	функция относительной дисторсии

Энергетические передаточные характеристики

Зональные		Глобальные	
H H'	передняя и задняя зональные обобщенные светосилы	H_0 H_0'	передняя и задняя центральные обобщенные светосилы
		$\Phi(\overline{y}_0)$ $\Phi'(\overline{y}_0)$	передняя и задняя центральные функции светораспределения

Масштабные передаточные характеристики

Зональные		Глобальные	
$D(v,\theta)$; *или* $T(v,\theta);\varphi(v,\theta)$	ОПФ (ЧКХ и ЧФХ) для данной зоны	$D_k(v,\theta)$; *или* $T_k(v,\theta);\varphi_k(v,\theta)$	совокупность ОПФ (ЧКХ и ЧФХ) для всех зон

Передаточные характеристики каскада линейных приборов находятся как произведения соответствующих характеристик приборов, входящих в каскад; некоторые отличия от этого правила существуют для дисторсии и ЧФХ, для которых справедливы следующие соотношения:

$$(1+\Delta)=\prod_j(1+\Delta_j);\quad \varphi(v,\theta)=\sum_j \varphi_j(v,\theta) \qquad (16)$$

Следует также подчеркнуть, что, кроме условий линейности и изопланатичности, предложенная модель внешних характеристик требует также независимости отдельных приборов (их характеристик) каскада друга от друга.

ВЫВОДЫ

1. Воздействие оптического прибора на проходящее через него изображение описывается линейным оператором, вид которого определяется передаточными характеристиками прибора.
2. Предложенная система передаточных характеристик является полной для линейных приборов, поскольку она позволяет однозначно определить функцию изображения любого предмета, и удобной, так как в ней разделено описание передачи различных свойств предмета.
3. Использование обобщенных описаний предмета и изображения делает систему передаточных характеристик универсальной, пригодной для описания любых линейных приборов.

4. ОПФ (ЧКХ и ЧФХ) являются одними из передаточных характеристик во внешней модели оптического прибора в общей теории изображения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Папулис А. Теория систем и преобразований в оптике. Пер. с англ. Изд-во «Мир», М., 1971.
2. Гудмен Дж. Введение в фурье - оптику. Пер. с англ. Изд-во «Мир», М., 1970.
3. Родионов С. А. Передача пространственных частот неизопланатическими приборами. «Оптика и спектроскопия», № 1, 1972.